ΛΥΣΗ

α) Η πρώτη θέση μπορεί να συμπληρωθεί με 6 τρόπους: με $1, 2, 3, 4, 5$ ή 6. Το ίδιο και οι άλλες δύο θέσεις. Επομένως, σύμφωνα με τη βασική αρχή απαρίθμησης, το πλήθος όλων των δυνατών αποτελεσμάτων είναι $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.

Εναλλακτικά: Κάθε διατεταγμένη τριάδα που σχηματίζεται με τους αριθμούς $1 , 2 , 3 , 4 , 5$ και 6 είναι μια διάταξη των έξι αριθμών $1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6$ ανά τρία, με δυνατές τις επαναλήψεις. Άρα το πλήθος όλων των δυνατών αποτελεσμάτων είναι άρα $6^3 = 216$.

β) Επειδή πρόκειται για συνηθισμένα ζάρια, θεωρούμε ότι όλα τα δυνατά αποτελέσματα του πειράματος τύχης, είναι εξίσου πιθανά.

i. Το πλήθος των ευνοϊκών αποτελεσμάτων είναι 6, οι διατεταγμένες τριάδες:

$$(1 , 1 , 1), (2 , 2 , 2),\ (3 , 3 , 3), (4 , 4 , 4), (5 , 5 , 5), (6 , 6 , 6).$$

Από τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας έχουμε

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}) = \frac{6}{6^3} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}\,.$$

ii. Η πρώτη θέση μπορεί να συμπληρωθεί με 6 τρόπους: με $1, 2, 3, 4, 5$ ή 6. Η δεύτερη θέση μπορεί να συμπληρωθεί με 5 τρόπους , όσοι είναι οι αριθμοί που απέμειναν ύστερα από την συμπλήρωση της πρώτης θέσης. Η τρίτη θέση μπορεί να συμπληρωθεί με 4 τρόπους , όσοι είναι οι αριθμοί που απέμειναν ύστερα από την συμπλήρωση της πρώτης και της δεύτερης θέσης. Άρα, σύμφωνα με τη βασική αρχή απαρίθμησης, το πλήθος των ευνοϊκών αποτελεσμάτων είναι $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$.

Εναλλακτικά: Κάθε ευνοϊκό αποτέλεσμα είναι μία διάταξη των έξι αριθμών $1 , 2 , 3 , 4 , 5$ και 6 ανά τρία, χωρίς επαναλήψεις, άρα $(6)_3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$.

Επομένως από τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας έχουμε

$$\mathrm{P}(\mathrm{B}) = \frac{6{\cdot}5{\cdot}4}{6^3} = \frac{20}{6^2} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}.$$

iii. Το ενδεχόμενο Γ είναι το συμπληρωματικό του B, άρα έχουμε

$$\mathrm{P}(\Gamma) = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{B}) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}\,.$$