ΛΥΣΗ

α) Κάθε λαχνός είναι ένας τετραψήφιος αριθμός που σχηματίζεται με τα ψηφία $1, 2, 3, 4, 5$ και 6.

Η πρώτη θέση από αριστερά (το ψηφίο των χιλιάδων) μπορεί να συμπληρωθεί με 6 τρόπους: με ένα από τα ψηφία $1, 2, 3, 4, 5$ και 6. Το ίδιο και οι υπόλοιπες τρεις θέσεις.

Επομένως, σύμφωνα με τη βασική αρχή απαρίθμησης, το πλήθος όλων των δυνατών αποτελεσμάτων είναι $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$.

Εναλλακτικά: Κάθε τετραψήφιος αριθμός που σχηματίζεται με τα ψηφία $1 , 2 , 3 , 4 , 5$ και 6 είναι μια διάταξη των έξι ψηφίων $1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6$ ανά τέσσερα, με δυνατές τις επαναλήψεις. Άρα το πλήθος όλων των λαχνών είναι άρα $6^4 = 1296$.

β) Κάθε λαχνός είναι εξίσου πιθανό να κληρωθεί, επομένως θα χρησιμοποιήσουμε τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας στον δειγματικό χώρο που αποτελείται από όλους τους λαχνούς. Το πλήθος όλων των δυνατών αποτελεσμάτων, δηλαδή όλων των λαχνών είναι 1296, από το α) ερώτημα.

i. Έστω το ενδεχόμενο Α: «να κληρωθεί ένας λαχνός με τέσσερα ίδια ψηφία». Είναι

$$A = \{1111 , 2222 , 3333 , 4444 , 5555 , 6666\},$$

επομένως το πλήθος των ευνοϊκών αποτελεσμάτων για το Α, είναι 6. Άρα, από τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας έχουμε

$$P(A) = \frac{6}{1296} = \frac{1}{216} \cong 0{,}0046 .$$

ii. Έστω το ενδεχόμενο Β: «να κληρωθεί ένας λαχνός με τέσσερα διαφορετικά ψηφία».

Η πρώτη θέση από αριστερά (το ψηφίο των χιλιάδων) μπορεί να συμπληρωθεί με 6 τρόπους: με ένα από τα ψηφία $1, 2, 3, 4, 5$ και 6. Η δεύτερη θέση (το ψηφίο των εκατοντάδων) μπορεί να συμπληρωθεί με 5 τρόπους, όσα είναι και τα ψηφία που απέμειναν ύστερα από την συμπλήρωση της πρώτης θέσης. Η τρίτη θέση (το ψηφίο των δεκάδων) μπορεί να συμπληρωθεί με 4 τρόπους, όσα είναι και τα ψηφία που απέμειναν ύστερα από την συμπλήρωση της πρώτης και της δεύτερης θέσης. Η τέταρτη θέση (το ψηφίο των μονάδων) μπορεί να συμπληρωθεί με 3 τρόπους, όσα είναι και τα ψηφία που απέμειναν ύστερα από την συμπλήρωση της πρώτης, της δεύτερης και της τρίτης θέσης. Σύμφωνα με τη βασική αρχή απαρίθμησης, το πλήθος όλων των λαχνών με τέσσερα διαφορετικά ψηφία είναι

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360.$$

Εναλλακτικά: Κάθε λαχνός με διαφορετικά ψηφία, είναι μια διάταξη των 6 ψηφίων ανά 4, χωρίς επαναλήψεις. Άρα το πλήθος όλων των λαχνών με τέσσερα διαφορετικά ψηφία είναι

$$(6)_4 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360.$$

Επομένως, το πλήθος των ευνοϊκών αποτελεσμάτων για το Β, είναι 360. Άρα, από τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας έχουμε

$$\mathrm{P(B)} = \frac{360}{1296} = \frac{5}{18} \cong 0{,}28.$$