

ΛΥΣΗ

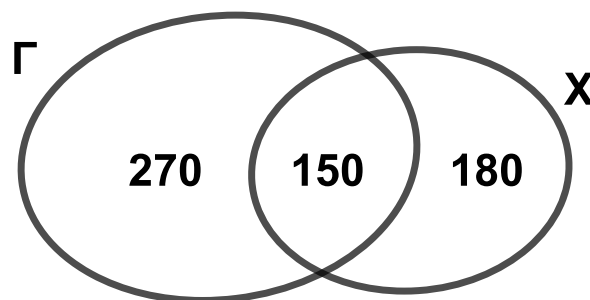
α)

- i. Το σχολείο έχει 600 μαθητές και κάθε μαθητής είναι υποχρεωμένος να επιλέξει τουλάχιστον μια από τις δραστηριότητες Χορό ή Γιόγκα. Αν όλοι οι μαθητές επέλεξαν μόνο μία από τις προτεινόμενες δραστηριότητες (Χορό ή Γιόγκα), θα έπρεπε οι μαθητές του σχολείου να είναι $420 + 330 = 750$. Όμως $750 > 600$, άρα υπάρχουν μαθητές που επέλεξαν και τις δύο δραστηριότητες.
- ii. Τα ενδεχόμενα Γ και X έχουν κοινά στοιχεία τους μαθητές που επέλεξαν και τις δύο δραστηριότητες. Άρα δεν είναι ασυμβίβαστα.

β) Το ενδεχόμενο «ο μαθητής επιλέγει μόνο Χορό» είναι το $X - \Gamma$ και έχει ως στοιχεία τους μαθητές που επέλεξαν Χορό και όχι Γιόγκα. Ενώ το ενδεχόμενο «ο μαθητής επιλέγει μόνο Γιόγκα» είναι το $\Gamma - X$ και έχει ως στοιχεία τους μαθητές που επέλεξαν Γιόγκα και όχι Χορό. Τα δύο ενδεχόμενα δεν έχουν κοινά στοιχεία, άρα είναι ασυμβίβαστα.

γ) Ας συμβολίσουμε με v τους μαθητές που επέλεξαν να ασχοληθούν και με τις δύο δραστηριότητες, Χορό και Γιόγκα. Τότε το πλήθος των στοιχείων του συνόλου $\Gamma - X$, δηλαδή το πλήθος των μαθητών που επιλέγουν μόνο Γιόγκα είναι $420 - v$. Ομοίως το πλήθος των στοιχείων του συνόλου $X - \Gamma$, δηλαδή το πλήθος των μαθητών που επιλέγουν μόνο Χορό είναι $330 - v$. Για το σύνολο όλων των μαθητών ισχύει : $420 - v + 330 - v + v = 600$. Άρα $v = 150$.

Οπότε 150 μαθητές διάλεξαν το Φεβρουάριο να ασχοληθούν με το Χορό και τη Γιόγκα. Έτσι $420 - 150 = 270$ μαθητές διάλεξαν να ασχοληθούν μόνο με Γιόγκα και $330 - 150 = 180$ μαθητές διάλεξαν να ασχοληθούν μόνο με το Χορό. Όλα τα παραπάνω φαίνονται στο διάγραμμα που ακολουθεί:



Επειδή επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή του σχολείου, καθένας έχει την ίδια πιθανότητα να επιλεγεί. Οπότε :

i. Η πιθανότητα του ενδεχομένου «ο μαθητής επιλέγει μόνο Γιόγκα», δηλαδή του ενδεχομένου $\Gamma-X$, είναι : $P(\Gamma-X) = \frac{270}{600}$

ii. Το ενδεχόμενο «ο μαθητής επιλέγει μόνο μια από τις προτεινόμενες αθλητικές δραστηριότητες του μήνα» είναι το $(\Gamma-X) \cup (X-\Gamma)$. Τα ενδεχόμενα αυτά από το ερώτημα β) είναι ασυμβίβαστα οπότε για την πιθανότητά του ενδεχομένου αυτού έχουμε :

$$P[(\Gamma-X) \cup (X-\Gamma)] = P(\Gamma-X) + P(X-\Gamma) = \frac{270}{600} + \frac{180}{600} = \frac{450}{600}.$$

Εναλλακτική λύση

Το ενδεχόμενο «ο μαθητής επιλέγει μόνο μια από τις προτεινόμενες αθλητικές δραστηριότητες του μήνα» είναι το $(\Gamma \cap X)'$ (αφού $\Omega = \Gamma \cup X$). Οπότε η πιθανότητα του ενδεχομένου $(\Gamma \cap X)'$ είναι $P(\Gamma \cap X)' = 1 - P(\Gamma \cap X) = 1 - \frac{150}{600} = \frac{450}{600}$.