

ΛΥΣΗ

α)

i. Έστω A το ενδεχόμενο «εμφανίζεται περιττή ένδειξη», δηλαδή $A=\{1,3,5\}$. Γνωρίζουμε ότι $P(A)=\frac{1}{6}$, με $P(A)=P(\{1\})+P(\{3\})+P(\{5\})$. Έστω $P(\{1\})=P(\{3\})=P(\{5\})=P$.

$$\text{Άρα } \frac{1}{6} = 3P \text{ ή } P = \frac{1}{18}. \text{ Επομένως } P(\{1\})=P(\{3\})=P(\{5\}) = \frac{1}{18}.$$

ii. Ισχύει ότι $P(\{2\})=P(\{4\})=P'$. Τότε από τον Αξιοματικό ορισμό της Πιθανότητας έχουμε ότι $P(\{1\})+P(\{2\})+P(\{3\})+P(\{4\})+P(\{5\})+P(\{6\})=1$ ή

$$\frac{1}{18}+P'+\frac{1}{18}+P'+\frac{1}{18} + \frac{1}{3}=1$$

$$\text{ή } \frac{3}{18} + \frac{1}{3} + 2P'=1 \text{ ή } 2P' = 1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} \text{ ή } 2P' = \frac{3}{6} - \frac{1}{2}, \text{ άρα } P' = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Άρα } P(\{2\}) = P(\{4\}) = \frac{1}{4}$$

β)

i. Για το ενδεχόμενο A έχουμε, $A=\{2,4,6\}$.

$$\text{Άρα } P(A)=P(\{2\})+P(\{4\})+P(\{6\}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

ii. Για το ενδεχόμενο B έχουμε, $P(B)=P(\{3\})+P(\{4\})= \frac{1}{18} + \frac{1}{4} = \frac{11}{36}$

γ) Αν το ζάρι είναι αμερόληπτο, τότε ο δειγματικός χώρος Ω αποτελείται από τα στοιχειώδη ισοπίθανα ενδεχόμενα $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$ και ισχύει ότι:

$$P(\{1\})=P(\{2\})=P(\{3\})=P(\{4\})=P(\{5\})=P(\{6\})=\frac{1}{6}.$$

$$\text{Άρα } P(B)= P(\{3\})+P(\{4\})= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}.$$

Ισχύει ότι: $\frac{1}{3} > \frac{11}{36}$ γιατί $\frac{12}{36} > \frac{11}{36}$, επομένως, η πιθανότητα να φέρουμε 3 ή 4 είναι μεγαλύτερη με το αμερόληπτο ζάρι από ότι το μη αμερόληπτο ζάρι.