

ΛΥΣΗ

α) Ένας δειγματικός χώρος περιγράφεται στον παρακάτω πίνακα, όπου για παράδειγμα η επιλογή βγ (απλό ενδεχόμενο) σημαίνει ότι η απάντηση στην πρώτη ερώτηση είναι η β και στη δεύτερη η γ.

αα	βα	γα	δα
αβ	ββ	γβ	δβ
αγ	βγ	γγ	δγ
αδ	βδ	γδ	δδ

β) Έστω τα ενδεχόμενα:

A: «ο μαθητής απάντησε σωστά στην πρώτη ερώτηση»,

B: «ο μαθητής απάντησε σωστά στη δεύτερη ερώτηση»,

$A \cap B$: «ο μαθητής απάντησε σωστά και στις δύο ερωτήσεις».

Επειδή η σωστή απάντηση στην πρώτη ερώτηση είναι η α και στη δεύτερη η δ, θα έχουμε

$$A = \{ \alpha\alpha, \alpha\beta, \alpha\gamma, \alpha\delta \}, B = \{ \alpha\delta, \beta\delta, \gamma\delta, \delta\delta \} \text{ και } A \cap B = \{ \alpha\delta \}.$$

Το πλήθος όλων των δυνατών αποτελεσμάτων είναι 16. Το πλήθος των ευνοϊκών αποτελεσμάτων για τα ενδεχόμενα A, B και $A \cap B$ είναι αντίστοιχα 4, 4 και 1.

Επομένως θα έχουμε

$$\text{i) } P(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ii) } P(B) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\text{iii) } P(A \cap B) = \frac{1}{16}.$$

iv)

Το ενδεχόμενο «ο μαθητής απάντησε σωστά σε μία τουλάχιστον ερώτηση» είναι το $A \cup B$.

Από τον προσθετικό νόμο έχουμε

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{7}{16}.$$

Το συμπληρωματικό ενδεχόμενο του $A \cup B$ είναι το ενδεχόμενο

$(A \cup B)'$: «ο μαθητής δεν απάντησε σωστά σε καμία από τις δύο ερωτήσεις»

Επομένως θα είναι

$$P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16}.$$