ΛΥΣΗ

α) Έστω $P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = P(\{5\}) = P(\{6\}) = p$, με $0 \leq p \leq 1$.

Από τον αξιωματικό ορισμό πιθανότητας προκύπτει ότι το άθροισμα των πιθανοτήτων των απλών ενδεχομένων είναι ίσο με 1, άρα

$$P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{4\}) + P(\{5\}) + P(\{6\}) = 1$$

$$\frac{1}{2} + 5p = 1$$

$$5p = \frac{1}{2}$$

$$p = \frac{1}{10}$$

Επομένως

$$P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = P(\{5\}) = P(\{6\}) = \frac{1}{10}\,.$$

β) i) Είναι $A = \{1\,, 5\}$ άρα

$$P(A) = P(\{1\}) + P(\{5\}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}\,.$$

ii) Είναι $B = \{2\,, 4\,, 6\}$, άρα

$$P(B) = P(\{2\}) + P(\{4\}) + P(\{6\}) = 3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{10}\,.$$

γ) Αφού όλα τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα, από τον κλασικό ορισμό πιθανότητας θα έχουμε

$$P'(\{1\}) = P'(\{2\}) = P'(\{3\}) = P'(\{4\}) = P'(\{5\}) = P'(\{6\}) = \frac{1}{6}.$$

Είναι $A = \{1\,, 5\}$ και $B = \{2\,, 4\,, 6\}$, άρα

$$P'(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ και } P'(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}\,.$$

Όμως είναι $P(A) = \frac{3}{5}$ και $P(B) = \frac{3}{10}$, άρα

$$P'(A) < P(A) \text{ και } P'(B) > P(B).$$