

ΛΥΣΗ

α) Σύμφωνα με το νόμο των συνημιτόνων στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε

$$AB^2 = AG^2 + BG^2 - 2 \cdot AG \cdot BG \cdot \sigma\upsilon\nu \Gamma = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 12 ,$$

$$\acute{\alpha}\rho\alpha AB = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} .$$

$$\beta) \acute{\epsilon}\chi\omicron\upsilon\mu\epsilon BG^2 = 16 \text{ και } AB^2 + AG^2 = 12 + 4 = 16 .$$

Επομένως $BG^2 = AB^2 + AG^2$, οπότε το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με υποτεινούσα τη ΒΓ.

$$\gamma) \text{Επειδή } \hat{A} = 90^\circ \text{ έχουμε } (AB\Gamma) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AG = \frac{2 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} .$$