ΛΥΣΗ

α) Στο τρίγωνο ΑΒΓ η μεγαλύτερη πλευρά του είναι η ΓΒ =15. Θα εξετάσουμε αν το άθροισμα των τετραγώνων των άλλων δύο πλευρών του ΑΒ και ΑΓ είναι ίσο με το τετράγωνο της πλευράς ΓΒ.

$$ΓΒ^2 = 15^2 = 225$$

$$ΑΒ^2 + ΓΑ^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$

Άρα $ΑΒ^2 + ΓΑ^2 = ΓΒ^2$, οπότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο $\widehat{Α}=90^o$ και υποτείνουσα την πλευρά ΓΒ = 15.

β)

i. Εφαρμόζοντας το θεώρημα του Θαλή για τις παράλληλες ε, δ και ΑΒ που τέμνουν τις ΓΑ και ΓΒ θα ισχύει η αναλογία $\frac{ΓΔ}{ΓΕ} = \frac{ΔΒ}{ΕΑ} = \frac{ΓΒ}{ΓΑ}$ ή $\frac{ΓΔ}{ΓΕ} = \frac{ΔΒ}{4} = \frac{15}{12}$, αφού ΓΑ = 12 και ΓΒ = 15 και ΕΑ = 4 από τα δεδομένα. Οπότε από την ισότητα $\frac{ΔΒ}{4} = \frac{15}{12}$ έχουμε ότι $12 \cdot ΔΒ = 4 \cdot 15$ ή ΔΒ = 5.

ii. Είναι ΓΔ = ΓΒ – ΔΒ = 15 – 5 = 10 και ΓΕ = ΓΑ – ΕΑ = 12 – 4 = 8.

Το τρίγωνο ΔΕΓ ορίζεται από τις ευθείες των πλευρών ΓΑ και ΓΒ του τριγώνου ΑΒΓ και την ευθεία ε που είναι παράλληλη στην πλευρά του ΑΒ, οπότε θα έχει πλευρές ανάλογες στις πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ, δηλαδή θα ισχύει $\frac{ΓΔ}{ΓΒ} = \frac{ΓΕ}{ΓΑ} = \frac{ΕΔ}{ΑΒ}$ (1) όπου ΑΒ = 9, ΓΑ = 12, ΓΔ = 10 και ΓΕ = 8.

Οπότε η σχέση (1) γίνεται $\frac{10}{15} = \frac{8}{12} = \frac{ΕΔ}{9}$ και από την ισότητα $\frac{10}{15} = \frac{ΕΔ}{9}$ προκύπτει ότι ΕΔ = 6.