

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  και τυχαίο σημείο του  $M$ , τέτοιο ώστε  $AM = 2\alpha$  και  $MB = 2\beta$ . Με διαμέτρους  $AM$ ,  $MB$  και  $AB$  γράφουμε ημικύκλια προς το ίδιο μέρος του  $AB$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Έστω  $\Gamma$  το σημείο τομής του ημικυκλίου  $AB$  και της κάθετης από το  $M$  στο  $AB$ .

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν καθενός από τα τρία ημικύκλια  $Z\widehat{AM}$ ,  $E\widehat{MB}$  και  $\Delta\widehat{AB}$ , όπου  $Z$ ,  $E$ ,  $\Delta$  είναι τα μέσα των  $AM$ ,  $MB$  και  $AB$  αντίστοιχα.

(Μονάδες 09)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν καμπυλόγραμμου σχήματος  $\tau$  που περικλείεται μεταξύ των τριών ημικυκλίων.

(Μονάδες 06)

γ) Να αποδείξετε ότι το καμπυλόγραμμο σχήμα  $\tau$  που περικλείεται μεταξύ των τριών ημικυκλίων έχει το ίδιο εμβαδόν με τον κύκλο διαμέτρου  $M\Gamma$ .

(Μονάδες 05)

δ) Για ποια θέση του  $M$  μεγιστοποιείται το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου σχήματος  $\tau$ ;

(Μονάδες 05)

