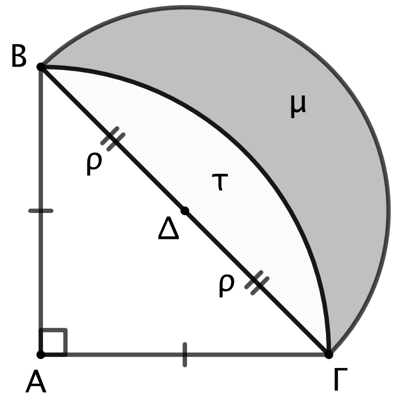
ΛΥΣΗ



α) Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, στο οποίο είναι ΑΒ $=$ ΑΓ. Έχουμε διαδοχικά:

$$\mathrm{B\Gamma}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{A\Gamma}^2$$
$$(2\rho)^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{AB}^2$$
$$4\rho^2 = 2\mathrm{AB}^2$$
$$\mathrm{AB}^2 = 2\rho^2$$

Επομένως, $\mathrm{AB} = \rho\sqrt{2}$.

β) Το εμβαδόν (μ) του σχηματιζόμενου μηνίσκου προκύπτει αν από το εμβαδόν του ημικυκλίου διαμέτρου ΒΓ αφαιρέσουμε το εμβαδόν (τ) του κυκλικού τμήματος με χορδή ΒΓ, δηλαδή:

$$(\mu) = (\Delta\,\widehat{\mathrm{B\Gamma}}) - (\tau)$$

Το εμβαδόν του ημικυκλίου $\Delta\,\widehat{\mathrm{B\Gamma}}$ είναι:

$$(\Delta\,\widehat{\mathrm{B\Gamma}}) = \frac{\pi \cdot \Delta\Gamma^2 \cdot 180^o}{360^o} = \frac{\pi \cdot \rho^2}{2}$$

Το εμβαδόν (τ) του κυκλικού τμήματος με χορδή ΒΓ υπολογίζεται αφαιρώντας από το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $\mathrm{A}\,\widehat{\mathrm{B\Gamma}}$ το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ, δηλαδή:

$$(\tau) = (\mathrm{A}\,\widehat{\mathrm{B\Gamma}}) - (\mathrm{AB\Gamma}) = \frac{\pi \cdot \mathrm{AB}^2 \cdot 90^o}{360^o} - \frac{1}{2}\mathrm{AB} \cdot \mathrm{A\Gamma} = \frac{\pi \cdot 2\rho^2}{4} - \frac{1}{2}2\rho^2 = \frac{\pi \cdot \rho^2}{2} - \rho^2$$

Επομένως, έχουμε τελικά:

$$(\mu) = \frac{\pi \cdot \rho^2}{2} - \left(\frac{\pi \cdot \rho^2}{2} - \rho^2\right) = \rho^2$$

γ) Στο προηγούμενο ερώτημα βρέθηκε ότι $(\mu) = \rho^2$.

Επίσης, είναι:

$$(\text{ΑΒΓ}) = \frac{1}{2}\text{ΑΒ} \cdot \text{ΑΓ} = \frac{1}{2}2\rho^2 = \rho^2$$

Επομένως, (μ) = (ΑΒΓ), δηλαδή ο σχηματιζόμενος μηνίσκος είναι ισοδύναμος με το τρίγωνο ΑΒΓ.