ΛΥΣΗ

α) Εφόσον οι παράλληλες ευθείες $ε_1$, $ε_2$ και $ε_3$ τέμνουν τις ευθείες ΓΘ και ΖΗ, σύμφωνα με το θεώρημα του Θαλή ορίζουν σε αυτές τμήματα ανάλογα. Επομένως:

$$\frac{ΘΑ}{ΗΔ} = \frac{ΑΒ}{ΔΕ}$$

Αντικαθιστώντας τα γνωστά μήκη έχουμε:

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{ΔΕ} \quad ή \quad \frac{ΔΕ}{1} = \frac{4}{2} \quad ή \quad ΔΕ = 2$$

β) Οι ευθείες ΘΓ και ΗΖ τέμνουν τις παράλληλες ευθείες $ε_2$ και $ε_3$ στα σημεία Α, Β και Δ, Ε αντίστοιχα και τα σημεία Γ και Ζ είναι σημεία των ευθειών ΘΓ και ΗΖ αντίστοιχα, ώστε $\frac{ΑΒ}{ΒΓ} = \frac{1}{4}$ και $\frac{ΔΕ}{ΕΖ} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$. Άρα $\frac{ΑΒ}{ΒΓ} = \frac{ΔΕ}{ΕΖ}$. Σύμφωνα με το αντίστροφο του θεωρήματος του Θαλή η ευθεία ΓΖ ή $ε_4$ είναι παράλληλη προς τις ευθείες $ε_2$ και $ε_3$, άρα και προς την $ε_1$.

γ) Σχεδιάζουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΘΖ το οποίο τέμνει τις $ε_2$ και $ε_3$ στα Κ και Λ αντίστοιχα. Σύμφωνα με το θεώρημα του Θαλή, εφόσον οι ευθείες $ε_2$, $ε_3$ και $ε_4$ τέμνουν τις ευθείες ΘΓ και ΘΖ ορίζουν σε αυτές τμήματα ανάλογα. Επομένως:

$$\frac{ΑΒ}{ΚΛ} = \frac{ΒΓ}{ΛΖ}$$

Αντικαθιστώντας έχουμε $\frac{1}{ΚΛ} = \frac{4}{ΛΖ}$ ή $\frac{ΛΖ}{ΚΛ} = 4$.