

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο, πλευράς 2α . Με διάμετρο τη $B\Gamma$ γράφουμε ημικύκλιο, που τέμνει τις πλευρές AB , $A\Gamma$ στα σημεία Δ , E αντίστοιχα.

Αν O είναι το κέντρο του ημικυκλίου, να αποδείξετε ότι:

α) $\Delta\Gamma = \alpha\sqrt{3}$. (Μονάδες 8)

β) το άθροισμα των εμβαδών των δύο κυκλικών τμημάτων που βρίσκονται στο εξωτερικό του τριγώνου ισούται με $E = \frac{(2\pi - 3\sqrt{3})\alpha^2}{6}$. (Μονάδες 9)

γ) το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου χωρίου που ορίζεται από τα ευθύγραμμα τμήματα $A\Delta$, $A\Gamma$ και το τόξο ΔE είναι: $E' = \frac{(3\sqrt{3} - \pi)\alpha^2}{6}$. (Μονάδες 8)

