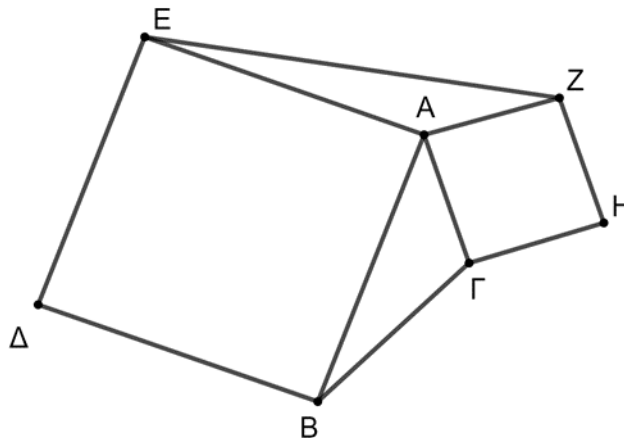


ΛΥΣΗ



α) Είναι  $\widehat{ΒΑΓ} + \widehat{ΕΑΖ} = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ$  και άρα οι γωνίες ΒΑΓ και ΕΑΖ είναι παραπληρωματικές. Γνωρίζουμε όμως ότι αν μία γωνία ενός τριγώνου είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου, τότε ο λόγος των εμβαδών των δύο τριγώνων είναι ίσος με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές. Άρα  $\frac{(ΑΒΓ)}{(ΕΑΖ)} = \frac{ΑΒ \cdot ΑΓ}{ΑΕ \cdot ΑΖ} = 1$  οπότε  $(ΑΒΓ) = (ΕΑΖ)$ .

β)

- i. Από το α) ερώτημα έχουμε ότι  $(ΑΒΓ) = (ΕΑΖ)$  και από υπόθεση είναι  $(ΕΖΗΓΒΔ) = 54$ . Είναι  $(ΑΒΓ) + (ΑΒΔΕ) + (ΑΕΖ) + (ΑΓΗΖ) = (ΕΖΗΓΒΔ)$  ή  $(ΑΒΓ) + 36 + (ΑΒΓ) + 9 = 54$  ή  $2 \cdot (ΑΒΓ) = 9$  ή  $(ΑΒΓ) = \frac{9}{2}$  ή  $\frac{1}{2} \cdot ΑΒ \cdot ΑΓ \cdot \eta\mu\widehat{Α} = \frac{9}{2}$  ή  $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 \cdot \eta\mu\widehat{Α} = \frac{9}{2}$  ή  $\eta\mu\widehat{Α} = \frac{1}{2}$  και εφόσον η γωνία  $\widehat{Α}$  είναι οξεία, έχουμε ότι  $\widehat{Α} = 30^\circ$ .
- ii. Από νόμο συνημιτόνων στο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει

$$ΒΓ^2 = ΑΒ^2 + ΑΓ^2 - 2 \cdot ΑΒ \cdot ΑΓ \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 6^2 + 3^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 45 - 18\sqrt{3}$$

Άρα το εμβαδόν του ζητούμενου τετραγώνου είναι  $E = ΒΓ^2 = 45 - 18\sqrt{3}$ .