ΛΥΣΗ

α) Το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ορθογώνιο με $\Delta = 90^{o}$ οπότε εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΑΒΔ έχουμε:

$AB^2 = A\Delta^2 + B\Delta^2$ ή $A\Delta^2 = AB^2 - B\Delta^2$ ή $A\Delta^2 = 5^2 - 3^2$ ή $A\Delta^2 = 16$ ή $A\Delta = 4$.

β) Το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ορθογώνιο με $\Delta = 90^{o}$ οπότε εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΑΓΔ έχουμε:

$A\Gamma^2 = A\Delta^2 + \Delta\Gamma^2$ ή $A\Gamma^2 = 4^2 + 8^2$ ή $A\Gamma^2 = 16 + 64$ ή $A\Gamma^2 = 80$ ή $A\Gamma = \sqrt{80}$.

γ) Για τις πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ έχουμε:

$AB = 5$, $B\Gamma = B\Delta + \Delta\Gamma = 3 + 8 = 11$ και $A\Gamma = \sqrt{80}$. Επίσης $B\Gamma^2 = 121$ και $A\Gamma^2 = (\sqrt{80})^2 = 80$.

Η μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου ΑΒΓ είναι η ΒΓ, εφόσον $B\Gamma^2 > A\Gamma^2$.

Συνεπώς η $\hat{A}$ είναι η μεγαλύτερη γωνία του τριγώνου ΑΒΓ, εφόσον βρίσκεται απέναντι από την μεγαλύτερη πλευρά του ΒΓ.

Επιπλέον $AB^2 + A\Gamma^2 = 25 + 80 = 105$ και $B\Gamma^2 = 121$ οπότε είναι $B\Gamma^2 > AB^2 + A\Gamma^2$, άρα η γωνία $\hat{A} > 90^{o}$ επομένως το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο.