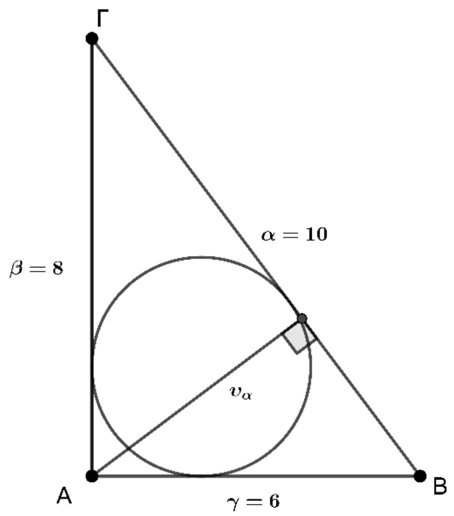
ΛΥΣΗ

α) Το εμβαδό του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ υπολογίζεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2}\beta \cdot \gamma$ όπου β και γ οι κάθετες πλευρές του, επομένως αντικαθιστώντας τα μήκη των πλευρών β και γ του τριγώνου έχουμε:

$$E = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 24.$$



β)

i. Το μήκος της υποτείνουσας α του ορθογωνίου τριγώνου προσδιορίζεται με την βοήθεια του Πυθαγορείου θεωρήματος, επομένως:

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \text{ άρα } \alpha = \sqrt{100} = 10.$$

ii. Το εμβαδό του ορθογωνίου τριγώνου δίνεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \upsilon_\alpha$. Αντικαθιστώντας την τιμή του εμβαδού Ε = 24 από το πρώτο ερώτημα και το μήκος της πλευράς α = 10 στον παραπάνω τύπο προκύπτει:

$$24 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \upsilon_\alpha \text{ ή } \upsilon_\alpha = \frac{24}{5}.$$

iii. Αν ρ είναι η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου και τ η ημιπερίμετρος του τριγώνου, τότε το εμβαδό του Ε είναι $E = \tau \cdot \rho$. Η ημιπερίμετρος τ του τριγώνου ΑΒΓ είναι:

$$\tau = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} = \frac{10 + 8 + 6}{2} = \frac{24}{2} = 12.$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές του εμβαδού $E = 24$ και της ημιπεριμέτρου $\tau = 12$ στον τύπο $E = \tau \cdot \rho$ έχουμε:

$$24 = 12 \cdot \rho \text{ ή } \rho = 2 .$$