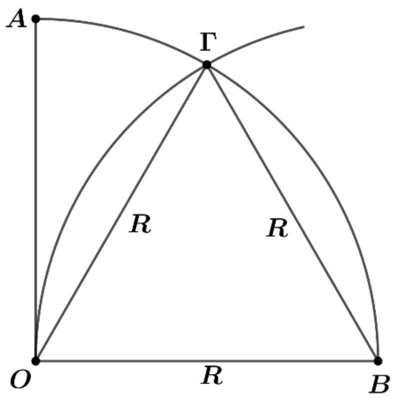
ΛΥΣΗ

α) Είναι $ΟΒ = ΟΓ = ΒΓ = R$ ως ακτίνες των ίσων κύκλων, επομένως το τρίγωνο ΟΒΓ είναι ισόπλευρο οπότε $B\hat{O}Γ = 60^o$.

Το μήκος ℓ τόξου $μ^o$ ενός κύκλου με ακτίνα R είναι $\ell = \frac{π \cdot R \cdot μ}{180}$, άρα το μήκος του τόξου ΒΓ είναι:

$$\ell_{\widehat{ΒΓ}} = \frac{π \cdot \mathrm{R} \cdot 60}{180} = \frac{π \cdot \mathrm{R}}{3}$$



β) Επειδή στο τεταρτοκύκλιο ΟΑΒ η γωνία $A\hat{O}B = 90^o$ έχουμε ότι:

$$A\hat{O}Γ = A\hat{O}B - B\hat{O}Γ = 90^o - 60^o = 30^o$$

και το μήκος $\ell_{\widehat{ΑΓ}}$ του αντίστοιχου τόξου ΑΓ της γωνίας ΑΟΓ = 30^o είναι:

$$\ell_{\widehat{ΑΓ}} = \frac{π \cdot \mathrm{R} \cdot 30^o}{180^o} = \frac{π \cdot \mathrm{R}}{6}$$

γ) Επειδή το τρίγωνο ΟΒΓ είναι ισόπλευρο, έχει ίσες γωνίες οπότε τα τόξα ΟΓ και ΒΓ είναι ίσα, ως αντίστοιχα τόξα των ίσων γωνιών $O\hat{B}Γ$ και $B\hat{O}Γ$ ίσων κύκλων, συνεπώς από το (α) ερώτημα έχουμε:

$$\ell_{\widehat{ΟΓ}} = \ell_{\widehat{ΒΓ}} = \frac{π \cdot \mathrm{R}}{3}$$

Η περίμετρος $T_{ΟΑΓ}$ του μικτογράμμου τριγώνου ΟΑΓ είναι:

$$T_{ΟΑΓ} = ΟΑ + \ell_{\widehat{ΑΓ}} + \ell_{\widehat{ΟΓ}} = \mathrm{R} + \frac{π \cdot \mathrm{R}}{6} + \frac{π \cdot \mathrm{R}}{3} = \mathrm{R} \cdot \left(1 + \frac{π}{6} + \frac{π}{3}\right) = \mathrm{R} \cdot \left(1 + \frac{π}{2}\right)$$