

ΛΥΣΗ

α) Για τα τρίγωνα ABΓ και AΓΔ έχουμε

- AΓ είναι κοινή πλευρά.
- AB = ΓΔ αφού το τετράπλευρο ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.
- BΓ = AΔ αφού το τετράπλευρο ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

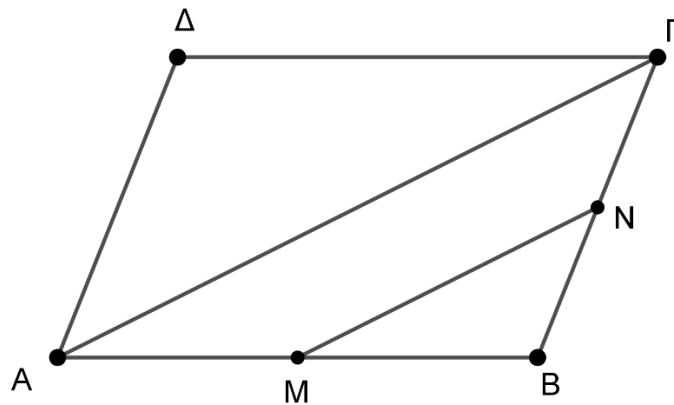
συνεπώς τα τρίγωνα είναι ίσα, άρα έχουν ίσα εμβαδά, δηλαδή $(ABΓ) = (AΓΔ)$

τότε

$$(ABΓΔ) = (ABΓ) + (AΓΔ) = (ABΓ) + (ABΓ) = 2(ABΓ)$$

δηλαδή

$$(ABΓ) = (AΓΔ) = \frac{1}{2} \cdot (ABΓΔ)$$



β) Αφού τα M, N είναι τα μέσα των πλευρών AB και AΓ αντίστοιχα, τότε

$$MA = MB = \frac{AB}{2} \text{ και } BN = NΓ = \frac{BΓ}{2}$$

Τα τρίγωνα BMN και ABΓ έχουν την γωνία \hat{B} κοινή, επομένως

$$\frac{(BMN)}{(ABΓ)} = \frac{MB \cdot BN}{AB \cdot BΓ} = \frac{\frac{AB}{2} \cdot \frac{BΓ}{2}}{AB \cdot BΓ} = \frac{AB \cdot BΓ}{4 \cdot AB \cdot BΓ} = \frac{1}{4}, \text{ δηλαδή } \frac{(BMN)}{(ABΓ)} = \frac{1}{4}$$

γ) Από το (β) ερώτημα έχουμε

$$\frac{(BMN)}{(ABΓ)} = \frac{1}{4} \text{ ή } (BMN) = \frac{1}{4} \cdot (ABΓ)$$

επειδή από το (α) ερώτημα έχουμε $(ABΓ) = \frac{1}{2} \cdot (ABΓΔ)$, τότε θα είναι

$$(BMN) = \frac{1}{4} \cdot (ABΓ) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot (ABΓΔ) = \frac{1}{8} \cdot (ABΓΔ)$$