

ΛΥΣΗ

α) i) Γνωρίζουμε ότι το τρίγωνο που ορίζεται από τις ευθείες δύο πλευρών τριγώνου και μία παράλληλη προς την τρίτη πλευρά του, έχει πλευρές ανάλογες προς τις πλευρές του αρχικού τριγώνου. Επίσης, αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες μία προς μία, τότε είναι όμοια. Επομένως τα τρίγωνα $AΔE$ και $ABΓ$ είναι όμοια. Ο λόγος ομοιότητάς τους είναι $\lambda = \frac{AΔ}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

ii) Αν δυο τρίγωνα είναι όμοια τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας. Επομένως ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων $AΔE$ και $ABΓ$ θα είναι

$$\frac{(AΔE)}{(ABΓ)} = \lambda^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad (AΔE) = \frac{1}{2} (ABΓ).$$

β) Δίνεται ότι $(ABΓ) = 2$, οπότε από το ερώτημα α) i) είναι $(AΔE) = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$. Επίσης το εμβαδόν του τραπεζιού $BΓEΔ$ θα είναι $(BΓEΔ) = (ABΓ) - (AΔE) = 2 - 1 = 1$.