

ΛΥΣΗ

α) Για το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ ισχύει ο τύπος

$$(ΑΒΓ) = \frac{1}{2} ΒΓ \cdot ΑΓ \cdot \eta\mu\Gamma.$$

Από τα δεδομένα έχουμε ότι ΒΓ = 8, επομένως

$$(ΑΒΓ) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot ΑΓ \cdot \eta\mu\Gamma = 4ΑΓ \cdot \eta\mu\Gamma.$$

β) Για το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΕ ισχύει ο τύπος

$$(ΓΔΕ) = \frac{1}{2} ΓΔ \cdot ΓΕ \cdot \eta\mu\Gamma.$$

Από τα δεδομένα έχουμε ότι ΒΓ = 8 και ΔΒ = 4, επομένως ΓΔ = ΒΓ + ΔΒ = 8 + 4 = 12.

Επιπλέον ΓΕ = $\frac{ΑΓ}{2}$, γιατί Ε είναι το μέσο της ΑΓ. Άρα

$$(ΓΔΕ) = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \frac{ΑΓ}{2} \cdot \eta\mu\Gamma = 3ΑΓ \cdot \eta\mu\Gamma.$$

γ) Από τα ερωτήματα α) και β) προκύπτει ότι ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων ΑΒΓ και ΓΔΕ είναι

$$\frac{(ΑΒΓ)}{(ΓΔΕ)} = \frac{4ΑΓ \cdot \eta\mu\Gamma}{3ΑΓ \cdot \eta\mu\Gamma} = \frac{4}{3}.$$

Όμως (ΓΔΕ) = 12 τ.μ. επομένως

$$\frac{(ΑΒΓ)}{12} = \frac{4}{3} \quad \text{ή} \quad (ΑΒΓ) = 16 \text{ τ.μ.}$$