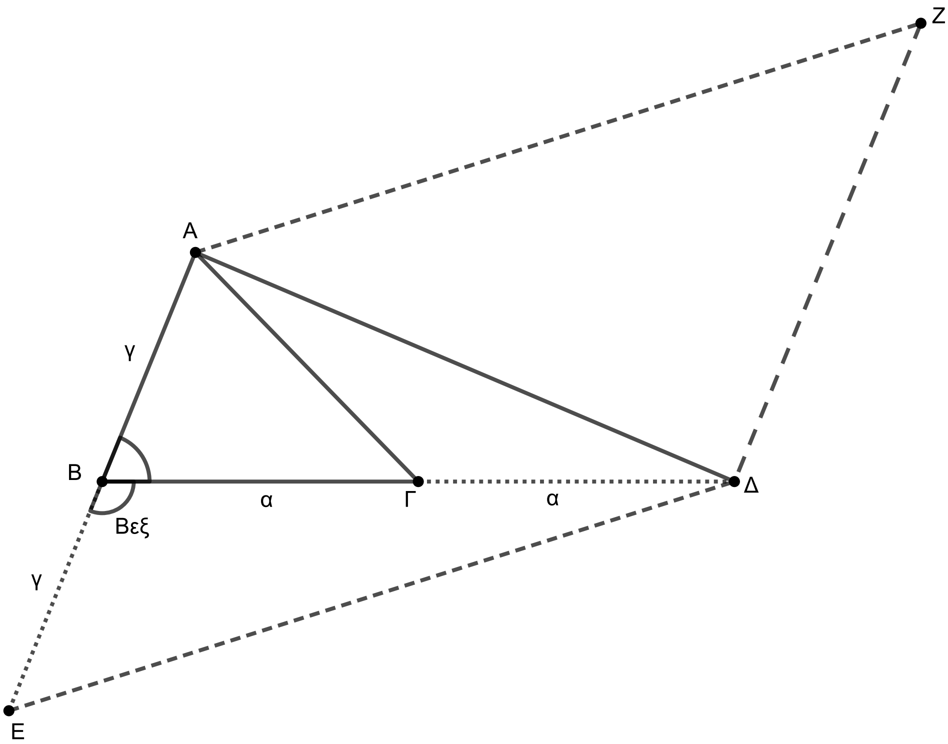
ΛΥΣΗ

Έστω το τρίγωνο ΑΒΓ με (ΑΒΓ) = 25 m^2 στο οποίο έχουμε προεκτείνει την πλευρά α = ΒΓ κατά τμήμα ΓΔ = α και την πλευρά γ = ΑΒ κατά τμήμα ΒΕ = γ.



α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΒΔΕ έχουν $\widehat{\mathrm{B}} + \widehat{\mathrm{B}}_{\varepsilon\xi} = 180^o$, άρα ο λόγος των εμβαδών τους θα ισούται με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές. Δηλαδή $\frac{(\mathrm{AB\Gamma})}{(\mathrm{B\Delta E})} = \frac{\gamma\cdot\alpha}{\gamma\cdot 2\alpha} = \frac{1}{2}$, άρα (ΒΔΕ) = 2·(ΑΒΓ) ή (ΒΔΕ) = 50 m^2.

β) Στο τρίγωνο ΑΒΔ το τμήμα ΑΓ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά ΒΔ, οπότε τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΓΔ είναι ισοδύναμα, δηλαδή (ΑΓΔ) = (ΑΒΓ). Η διαγώνιος ΑΔ χωρίζει το παραλληλόγραμμο σε δύο ίσα τρίγωνα, τα ΑΖΔ και ΑΕΔ, οπότε αυτά είναι ισοδύναμα, δηλαδή (ΑΔΖ) = (ΑΕΔ).

Επομένως (ΑΖΔ) = (ΑΕΔ) = (ΑΒΓ) + (ΑΓΔ) + (ΒΔΕ) = 4(ΑΒΓ).