

ΛΥΣΗ

α) Σύμφωνα με το νόμο των συνημιτόνων στο τρίγωνο ABΓ ισχύει

$$ΑΓ^2 = ΑΒ^2 + ΒΓ^2 - 2ΑΒ \cdot ΒΓ \cdot \text{συν}\hat{Β}.$$

Από τα δεδομένα έχουμε ότι $ΑΒ = 6$, $ΒΓ = 4$ και $\hat{Β} = 60^\circ$, άρα

$$ΑΓ^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \text{συν}60^\circ \text{ ή } ΑΓ^2 = 36 + 16 - 48 \cdot \frac{1}{2} \text{ ή } ΑΓ^2 = 28 \text{ ή } ΑΓ = 2\sqrt{7}.$$

β) Η μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου ABΓ είναι η AB, αφού $ΑΒ = 6 = 2 \cdot 3 > 2\sqrt{7} = ΑΓ$, άρα η μεγαλύτερη γωνία του τριγώνου είναι η $\hat{Γ}$, γιατί βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά. Όμως $ΑΒ^2 = 6^2 = 36$ και $ΑΓ^2 + ΒΓ^2 = (2\sqrt{7})^2 + 4^2 = 28 + 16 = 44$, άρα $ΑΒ^2 < ΑΓ^2 + ΒΓ^2$. Επομένως $\hat{Γ} < 90^\circ$, άρα το τρίγωνο ABΓ είναι οξυγώνιο.

γ) Για τον υπολογισμό του εμβαδού του τριγώνου ABΓ χρησιμοποιούμε τον τύπο

$$(ΑΒΓ) = \frac{1}{2} ΑΒ \cdot ΒΓ \cdot \eta\mu\hat{Β}.$$

Όμως $ΑΒ = 6$, $ΒΓ = 4$ και $\hat{Β} = 60^\circ$, άρα $(ΑΒΓ) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot \eta\mu 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$.