

ΛΥΣΗ

α) Σύμφωνα με το νόμο των συνημιτόνων στο τρίγωνο ΑΓΔ ισχύει

$$ΑΓ^2 = ΑΔ^2 + ΓΔ^2 - 2ΑΔ \cdot ΓΔ \cdot \text{συν}\hat{\Delta}.$$

Όμως $ΓΔ = 5$, $ΑΔ = 3$ και $\hat{\Delta} = 120^\circ$, άρα $ΑΓ^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \text{συν}120^\circ$ ή

$$ΑΓ^2 = 25 + 9 - 30 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \text{ ή } ΑΓ^2 = 49 \text{ ή } ΑΓ = 7.$$

β) Σύμφωνα με το νόμο των συνημιτόνων στο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει

$$ΒΓ^2 = ΑΒ^2 + ΑΓ^2 - 2ΑΒ \cdot ΑΓ \cdot \text{συν}\omega.$$

Όμως $ΑΒ = 5$, $ΒΓ = 8$ και $ΑΓ = 7$, άρα

$$8^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \text{συν}\omega \text{ ή } 64 = 74 - 70\text{συν}\omega \text{ ή } 70\text{συν}\omega = 10$$

$$\text{επομένως } \text{συν}\omega = \frac{10}{70} = \frac{1}{7}.$$