

ΛΥΣΗ

α) i. Το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ορθογώνιο με $\widehat{A\hat{D}\Gamma} = 90^\circ$, γιατί το ύψος ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ είναι κάθετο στη ΒΓ. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΔ οι οξείες γωνίες του $\widehat{\Gamma\hat{A}\Delta}$ και $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ είναι συμπληρωματικές, άρα $\widehat{\Gamma\hat{A}\Delta} + 45^\circ = 90^\circ$ ή $\widehat{\Gamma\hat{A}\Delta} = 45^\circ$.

Το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ισοσκελές, γιατί έχει δύο γωνίες ίσες, τις $\hat{\Gamma} = \widehat{\Gamma\hat{A}\Delta} = 45^\circ$. Οπότε θα είναι $ΑΔ = ΓΔ$ ως πλευρές του ισοσκελούς τριγώνου ΑΓΔ που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες του $\hat{\Gamma}, \widehat{\Gamma\hat{A}\Delta}$. Όμως από την υπόθεση έχουμε ότι $ΑΔ = 4$, άρα $ΓΔ = 4$.

ii. Σύμφωνα με το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΔ έχουμε ότι $ΑΓ^2 = ΑΔ^2 + ΓΔ^2$.

Όμως $ΑΔ = ΓΔ = 4$, άρα $ΑΓ^2 = 4^2 + 4^2$ ή $ΑΓ^2 = 32$ ή $ΑΓ = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

β) Είναι $ΒΔ = ΒΓ - ΓΔ = 7 - 4 = 3$. Σύμφωνα με το Πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΔ έχουμε ότι $ΑΒ^2 = ΑΔ^2 + ΒΔ^2$.

Όμως $ΑΔ = 4$ και $ΒΔ = 3$, άρα $ΑΒ^2 = 4^2 + 3^2$ ή $ΑΒ^2 = 25$ ή $ΑΒ = 5$.