Ενδεικτική Λύση

4.1) Ας υπολογίσουμε το χρόνο πτώσης για κάθε σφαίρα.

Σφαίρα Α:

$$h_A = \upsilon_A \cdot t_A + \frac{1}{2} g \cdot {t_A}^2$$
$$5 \cdot {t_A}^2 + 10 \cdot t_A - 7{,}8 = 0$$

Προκύπτουν δύο λύσεις αποδεκτή η: $t_A = 0{,}6 s$ (η αρνητική λύση απορρίπτεται).

Σφαίρα Β:

$$h_B = \frac{1}{2} g \cdot {t_B}^2$$
$$t_B = \sqrt{\frac{2\, h_B}{g}} = 1\, s$$

Σφαίρα Γ:

$$h_\Gamma = \frac{1}{2} g \cdot {t_\Gamma}^2$$
$$t_\Gamma = \sqrt{\frac{2\, h_\Gamma}{g}} = 1\, s$$

Δηλαδή πρώτη φτάνει στο έδαφος η Α, μετά από χρόνο $0{,}6 s$.

(Μονάδες 6)

4.2) Οι σφαίρες Β και Γ εκτελούν ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος, άρα βρίσκονται διαρκώς στο ίδιο ύψος. Η σφαίρα Α θα βρεθεί στο ίδιο ύψος από το έδαφος μαζί τους τη χρονική στιγμή t_K.

Πρέπει $h_B - y_B = h_A - y_A$,όπου y_A, y_B οι αποστάσεις που θα διανύσουν οι σφαίρες Α,Β καθώς πέφτουν.

Άρα: $5 - \frac{1}{2} g \cdot {t_K}^2 = 7{,}8 - \upsilon_A \cdot t_K - \frac{1}{2} g \cdot {t_K}^2$

$$t_K = \frac{7{,}8 - 5}{10} = 0{,}28\, s$$

(Μονάδες 7)

4.3) Η ταχύτητα που θα έχουν οι σφαίρες όταν φτάνουν στο έδαφος και οι κινητικές τους ενέργειες θα είναι:

Σφαίρα Α:

$$\upsilon'_A = \upsilon_A + g \cdot t_A = (10 + 6)\frac{m}{s} = 16 \frac{m}{s}$$
$$K_A = \frac{1}{2} m_A \cdot {\upsilon'_A}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 16^2 J = 128\, J$$

Σφαίρα Β:

$$\upsilon'_B = g \cdot t_B = (10 \cdot 1)\frac{m}{s} = 10 \frac{m}{s}$$
$$K_B = \frac{1}{2} m_B \cdot {\upsilon'_B}^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^2 J = 150\, J$$

Σφαίρα Γ:

$$\upsilon'_{\Gamma} = g \cdot t_{\Gamma} = (10 \cdot 1)\frac{m}{s} = 10\frac{m}{s}$$
$$K_{\Gamma} = \frac{1}{2}m_{\Gamma} \cdot {\upsilon'_{\Gamma}}^{2} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^{2} J = 50\, J$$

(Μονάδες 7)

4.4) Κατά την κίνηση υπό την επίδραση βαρυτικού πεδίου η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Συνεπώς, η μηχανική ενέργεια κάθε σφαίρας θα είναι ίση με την τελική κινητική της ενέργεια.

Συνεπώς:

$$E_{M\eta\chi A} = 128\, J$$

$$E_{M\eta\chi B} = 150\, J$$

$$E_{M\eta\chi \Gamma} = 50\, J$$

(Μονάδες 5)