Ενδεικτική Λύση

4.1) Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1ο νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για κάθε κύβο. Άρα

$$F_1 = T_A = \mu_A \cdot N = \mu_A \cdot m_A \cdot g = 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10N = 8\ N$$
$$F_2 = T_B = \mu_B \cdot N' = \mu_B \cdot m_B \cdot g = 0{,}1 \cdot 4 \cdot 10N = 4\ N$$

(Μονάδες 5)

4.2) Χωρίς τις δυνάμεις F_1 και F_2 τα σώματα κάνουν ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Θα κινηθούν μέχρι να ακινητοποιηθούν.

Για τον κύβο Α έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{T_A}{m_A} = 4\ \frac{m}{s^2}$$

Η στιγμή της ακινητοποίησης, έστω t_1, υπολογίζεται από την εξίσωση της ταχύτητας:

$$\upsilon_A = \upsilon_{A0} - \alpha_1 \cdot t_1 \text{ ή } 0 = \upsilon_{A0} - \alpha_1 \cdot t_1 \text{ ή } t_1 = \frac{\upsilon_{A0}}{\alpha_1} \text{ ή } t_1 = 5s$$

Η μετατόπισή του ως εκείνη την στιγμή είναι:

$$\Delta x = \upsilon_{A0} \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha_1 \cdot {t_1}^2 = \left(20 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5^2\right) m = 50\ m$$

Αντίστοιχα, για τον κύβο Β:

$$\alpha_2 = \frac{T_B}{m_B} = 1\ \frac{m}{s^2}$$

$$\upsilon_B = \upsilon_{B0} - \alpha_2 \cdot t_2 \text{ ή } 0 = \upsilon_{B0} - \alpha_2 \cdot t_2 \text{ ή } t_2 = \frac{\upsilon_{B0}}{\alpha_2} \text{ ή } t_2 = 10s$$

$$\Delta x' = \upsilon_{B0} \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot {t_2}^2 = \left(10 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2\right) m = 50\ m$$

Έστω t_κ η χρονική στιγμή κατά την οποία οι δύο κύβοι θα έχουν την ίδια ταχύτητα. Ισχύει:

$$\upsilon_{A0} - \alpha_1 \cdot t_\kappa = \upsilon_{B0} - \alpha_2 \cdot t_\kappa$$
$$t_\kappa = \frac{\upsilon_{A0} - \upsilon_{B0}}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{20 - 10}{4 - 1} s = 3{,}33\ s$$

(Μονάδες 7)

4.3) Το έργο της τριβής ολίσθησης για κάθε κύβο θα υπολογιστεί από το Θ.Μ.Κ.Ε.

Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, η κοινή ταχύτητα θα είναι ίση με:

$$\upsilon_\kappa = \upsilon_{A0} - \alpha_1 \cdot t_\kappa = \left(20 - 4 \cdot \frac{10}{3}\right)\frac{m}{s} = \frac{20}{3}\frac{m}{s} = 6{,}67\ \frac{m}{s}$$

Για το σώμα Α:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{Ta}$$
$$\frac{1}{2} \cdot m_A \cdot {\upsilon_\kappa}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot {\upsilon_{A0}}^2 = W_{Ta}$$
$$\left[\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (\frac{20}{3})^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2\right] J = W_{Ta}$$
$$W_{Ta} = -355.56\ J$$

Για το σώμα Β:

$$K'_{\tau\varepsilon\lambda} - K'_{\alpha\rho\chi} = W_{T\beta}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_B \cdot \upsilon_\kappa{}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot \upsilon_{B0}{}^2 = W_{T\beta}$$

$$\left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (\frac{20}{3})^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^2\right] J = W_{Ta}$$

$$W_{Ta} = -111.11\, J$$

(Μονάδες 6)

4.4) Αν τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ s οι δυνάμεις $F_1 = 8$ N και $F_2 = 4$ N έχουν φορά αντίθετη στη φορά της κίνησης τότε:

Για τον κύβο Α:

$$\alpha'_1 = \frac{F_1 + T_A}{m_A} = 8\ \frac{m}{s^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο: $\upsilon_A = \upsilon_{A0} - \alpha'_1 \cdot t'_1$ ή $0 = 20 - 8 \cdot t'_1$ ή $t'_1 = 2{,}5\, s$

και θα μετατοπιστεί κατά Δy: $\Delta y = \upsilon_{A0} \cdot t'_1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha'_1 \cdot t'_1{}^2 = \left[20 \cdot \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (\frac{5}{2})^2\right] m = 25\, m$

Για τον κύβο Β:

$$\alpha'_2 = \frac{F_2 + T_B}{m_B} = 2\ \frac{m}{s^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο: $\upsilon_B = \upsilon_{B0} - \alpha'_2 \cdot t'_2$ ή $0 = 10 - 2 \cdot t'_2$ ή $t'_2 = 5\, s$

και θα μετατοπιστεί κατά Δy': $\Delta y' = \upsilon_{B0} \cdot t'_2 - \frac{1}{2} \cdot \alpha'_2 \cdot t'_2{}^2 = \left[10 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2\right] m = 25\, m$

Άρα οι δύο κύβοι επιβραδύνονται και ακινητοποιούνται στην ίδια απόσταση (25 m) από τη θέση $x_o = 0$. Αυτή είναι και η θέση που θα ξαναβρεθούν δίπλα δίπλα και αυτό θα γίνει από τη χρονική στιγμή 5 s και μετά.

Σημείωση: Τα σώματα αφού ακινητοποιηθούν θα παραμείνουν ακίνητα δεδομένου ότι οι δυνάμεις F_1 και F_2 είναι ίσες, κατά μέτρο, με την τριβή ολίσθησης για κάθε σώμα. Η τριβή ολίσθησης είναι πάντα μικρότερη από την οριακή στατική τριβή, οπότε όταν τα σώματα ακινητοποιηθούν δε θα κινηθούν πάλι υπό την επίδραση των δυνάμεων F_1 και F_2.

(Μονάδες 7)