

Ενδεικτική Λύση

4.1) Το ύψος H από το οποίο βάλλεται το σώμα Β είναι το ανώτερο ύψος της τροχιάς του σώματος Α.

$$v_{A\text{τελ}} = v_o - g \cdot t_A \quad \text{ή} \quad \frac{v_o - v_{A\text{τελ}}}{g} = t_A \quad \text{ή} \quad t_A = 1 \text{ s}$$

$$H = h_o + v_o \cdot t_A - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_A^2 = \left(5 + 10 - \frac{10}{2}\right) m = 10 \text{ m, από το έδαφος.}$$

Άρα $H = 2 \cdot h_o$ και η διαφορά ύψους των σημείων Α-Β είναι h_o .

(Μονάδες 6)

4.2) Τη χρονική στιγμή t_K που θα βρεθούν και τα δύο σώματα στο ίδιο ύψος, το σώμα Α θα έχει διανύσει απόσταση y από την αρχική του θέση και το σώμα Β θα έχει κατέβει κατά $h_o - y$ από τη θέση εκκίνησης.

$$y = v_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2$$

$$h_o - y = v_o \cdot t_K + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2$$

Αν προσθέσω κατά μέλη τις δύο σχέσεις προκύπτει ότι: $h_o = 2 \cdot v_o \cdot t_K$ ή $t_K = \frac{h_o}{2 \cdot v_o} = \frac{5}{20} \text{ s}$ ή $t_K = 0,25 \text{ s}$

β' τρόπος

Οι εξισώσεις κίνησης των δύο σωμάτων είναι:

$$y_1 = h_o + v_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

και

$$y_2 = H - v_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Όταν τα σώματα απέχουν ίσες αποστάσεις από το έδαφος ισχύει:

$$y_1 = y_2 \quad \text{ή} \quad h_o + v_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2 = H - v_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2 \quad \text{ή} \quad h_o + v_o \cdot t_K = H - v_o \cdot t_K$$

$$\text{ή} \quad 2v_o \cdot t_K = H - h_o \quad \text{ή} \quad t_K = \frac{H - h_o}{2v_o} \quad \text{ή} \quad t_K = 0,25 \text{ s}$$

(Μονάδες 7)

4.3) Τα δύο σώματα θα βρίσκονται σε ύψος y πάνω από την επιφάνεια του εδάφους οπότε:

$$y = h_o + v_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2 = (5 + 2,5 - 0,3125) m \cong 7,19 \text{ m}$$

(Μονάδες 6)

4.4) Η μηχανική ενέργεια των σωμάτων Α και Β διατηρείται σε όλη τη διάρκεια της κίνησης τους. Αν επιλέξουμε να βρούμε τη μηχανική τους ενέργεια στο ανώτερο ύψος της τροχιάς τους.

Για το σώμα Α

$$E_A = U_A + K_A = m_A \cdot g \cdot H = 0,5 \cdot 10 \cdot 10 \text{ J} = 50 \text{ J}$$

Για το σώμα Β

$$E_B = U_B + K_B = m_B \cdot g \cdot H + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_o^2 = (2 \cdot 10 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2) \text{ J} = 300 \text{ J}$$

(Μονάδες 6)