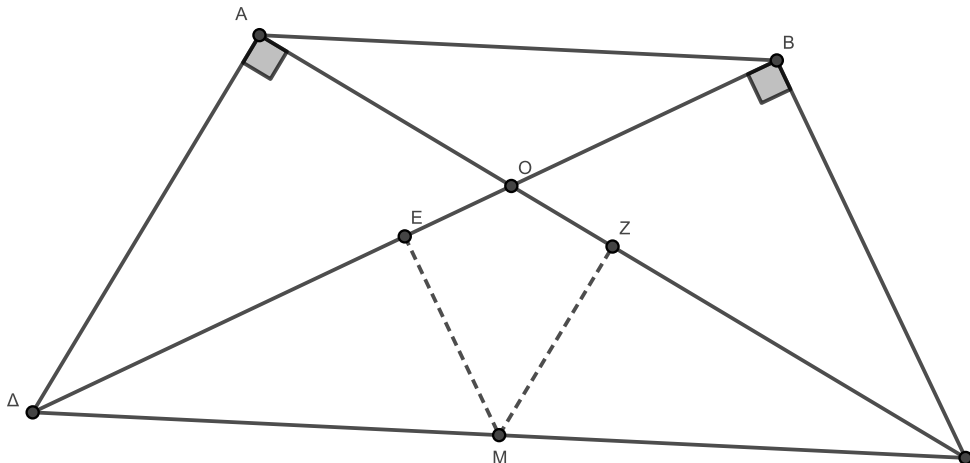


## ΛΥΣΗ



**α)** Το ME ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΔΒΓ, οπότε  $EM = \frac{B\Gamma}{2}$

Το ZM ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΓΑΔ, άρα  $MZ \parallel A\Delta$  και  $MZ = \frac{A\Delta}{2}$

Επίσης, το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο οπότε ισχύει ότι  $B\Gamma = A\Delta$ .

Οπότε προκύπτει ότι  $ME = MZ$ .

**β)** Είναι  $MZ \parallel A\Delta$  και  $A\Delta \perp A\Gamma$  άρα είναι και  $MZ \perp A\Gamma$ .

**γ)** Τα τρίγωνα ΜΔΕ και ΜΖΓ έχουν:

- $ME = MZ$ , από το ερώτημα (α)
- $M\Delta = M\Gamma$ , διότι Μ μέσο του ΓΔ
- $\Delta E = \frac{\Delta B}{2} = \frac{A\Gamma}{2} = Z\Gamma$ , διότι οι ΑΓ, ΒΔ είναι διαγώνιες του ισοσκελούς τραπέζιου.

Τα τρίγωνα ΜΔΕ και ΜΖΓ έχουν τις τρεις πλευρές τους μία προς μία ίσες άρα είναι ίσα.

**δ)** Επειδή τα τρίγωνα ΜΔΕ και ΜΖΓ είναι ίσα έχουν και

$\widehat{O\Delta\Gamma} = \widehat{O\Gamma\Delta}$  διότι είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές ΜΕ, ΜΖ αντίστοιχα.

Άρα το τρίγωνο ΟΔΓ είναι ισοσκελές και ισχύει  $O\Delta = O\Gamma$ . Τότε:

$$O\Delta = O\Gamma \text{ ή } OE + E\Delta = OZ + Z\Gamma \text{ ή } OE = OZ$$

Επίσης ισχύει  $ME = MZ$ , λόγω του ερωτήματος (α).

Επειδή είναι  $OE = OZ$  και  $ME = MZ$  οπότε η ΟΜ είναι μεσοκάθετος του ΕΖ.