ΛΥΣΗ

**α)** Επειδή το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο οι διαγώνιες του διχοτομούνται, άρα το Ο είναι μέσο των ΑΓ, ΒΔ. Επίσης ΟΕ $\perp$ ΑΓ από υπόθεση. Άρα στο τρίγωνο ΑΕΓ το ΟΕ είναι ύψος και διάμεσος, οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

**β)** Είναι ΒΓ = ΑΔ = ΔΕ και ΒΓ // ΑΔ, οπότε ΒΓ // ΔΕ.

Άρα στο τετράπλευρο ΒΓΕΔ δύο απέναντι πλευρές του είναι ίσες και παράλληλες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο.

**γ)** Ισχύουν τα εξής:

- ΟΔ = ΟΒ (1), διότι οι διαγώνιες του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ διχοτομούνται.
- ΑΔ = ΒΓ (2), διότι οι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι ίσες.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΟΕ η ΟΔ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα:

$$\text{ΟΔ} = \frac{\text{ΑΕ}}{2} = \frac{2\text{ΑΔ}}{2} = \text{ΑΔ} \ (3)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι ΟΒ = ΒΓ.

Οπότε το τρίγωνο ΒΟΓ είναι ισοσκελές.