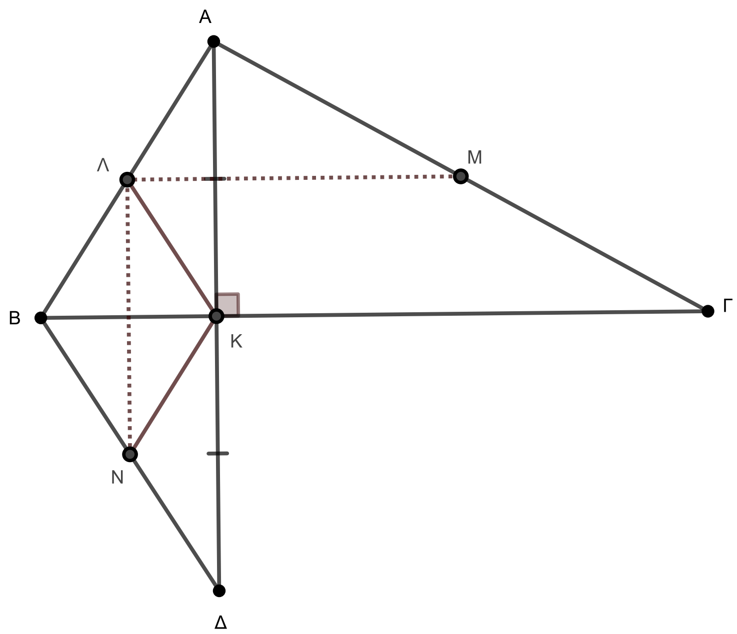
ΛΥΣΗ



α) Αφού το ΑΚ είναι ύψος στο τρίγωνο ΑΒΓ, άρα το ΑΔ είναι κάθετο στο ΒΓ.

Αφού είναι ΑΚ = ΚΔ, άρα το Κ είναι μέσο του ΑΔ.

Οπότε, στο τρίγωνο ΑΒΔ το ΒΚ είναι ύψος και διάμεσος στην πλευρά ΑΔ. Άρα το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές με βάση την ΑΔ και ίσες πλευρές τις ΒΑ και ΒΔ.

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΚΒ το ΚΛ είναι διάμεσος στην υποτείνουσα ΒΑ, άρα είναι

ΚΛ = $\frac{\text{ΒΑ}}{2}$ (1).

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΚΔ το ΚΝ είναι διάμεσος στην υποτείνουσα ΒΔ, άρα είναι

ΚΝ =$\frac{\text{ΒΔ}}{2}$ (2).

Επειδή τα Λ, Ν είναι μέσα των ΒΑ, ΒΔ αντίστοιχα, θα είναι ΒΛ =$\frac{\text{ΒΑ}}{2}$ (3) και ΒΝ =$\frac{\text{ΒΔ}}{2}$ (4)

Επειδή το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές με ΒΑ =ΒΔ (από α) ερώτημα), τότε από τις σχέσεις (1), (2), (3) και (4) θα είναι ΚΛ =ΛΒ = ΒΝ = ΝΚ. Οπότε, το τετράπλευρο ΒΛΚΝ είναι ρόμβος γιατί έχει όλες του τις πλευρές ίσες.

γ) Οι ΛΝ και ΒΚ είναι διαγώνιοι του ρόμβου ΒΝΚΛ, άρα είναι κάθετες, δηλαδή

ΛΝ ⊥ ΒΚ, οπότε θα είναι ΛΝ ⊥ ΒΓ.

Αφού το ΛΜ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΓ, τότε είναι ΛΜ // ΒΓ.

Οπότε, αφού ΛΜ, ΒΓ παράλληλες μεταξύ τους και η ΛΝ είναι κάθετη στην μία από αυτές, την ΒΓ, τότε η ΛΝ θα είναι κάθετη και στην άλλη, δηλαδή ΛΝ ⊥ ΛΜ.