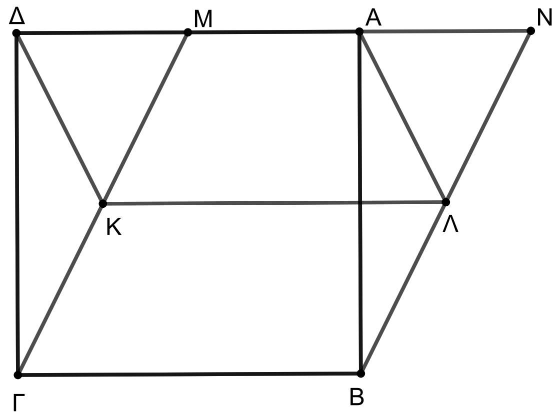
ΛΥΣΗ



α) Είναι ΜΝ = ΜΑ + ΑΝ = $\frac{ΑΔ}{2}+\frac{ΑΔ}{2}$ = ΑΔ = ΒΓ και ΑΔ // ΒΓ. Άρα ΜΝ // ΒΓ οπότε το τετράπλευρο ΜΝΒΓ έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες και είναι παραλληλόγραμμο.

β) Ισχύει ότι ΜΓ // = ΝΒ διότι είναι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΜΝΒΓ. Επίσης και ΜΚ // = ΝΛ, διότι ΜΚ = $\frac{ΜΓ}{2}$ και ΝΛ = $\frac{ΝΒ}{2}$. Άρα το τετράπλευρο ΜΚΝΛ έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο.

Ισχύει ακόμη ότι ΜΝ // = ΚΛ (1) ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΜΝΛΚ.

Επίσης ΜΝ = ΑΔ (2), οπότε από (1), (2) συμπεραίνουμε ότι ΑΔ // = ΚΛ. Επομένως το ΑΔΚΛ είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Είναι ΔΚ//ΑΛ ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΔΚΛ. Η ΚΜ τέμνει την ΔΚ άρα θα τέμνει και την παράλληλή της ΑΛ. Οπότε στο τετράπλευρο ΑΜΚΛ οι πλευρές ΜΚ και ΑΛ δεν είναι παράλληλες. Επίσης ισχύει ότι ΜΝ // ΚΛ, άρα ΜΑ // ΚΛ (3). Οπότε το τετράπλευρο ΑΜΚΛ έχει δυο μόνο πλευρές παράλληλες, άρα είναι τραπέζιο.

Επειδή η ΑΛ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ΝΑΒ (αφού ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο), θα ισχύει ότι ΑΛ = $\frac{ΒΝ}{2}=\frac{ΜΓ}{2}$ = ΜΚ (4).

Από τις σχέσεις (3), (4) προκύπτει ότι το τετράπλευρο ΑΜΚΛ είναι ισοσκελές τραπέζιο.