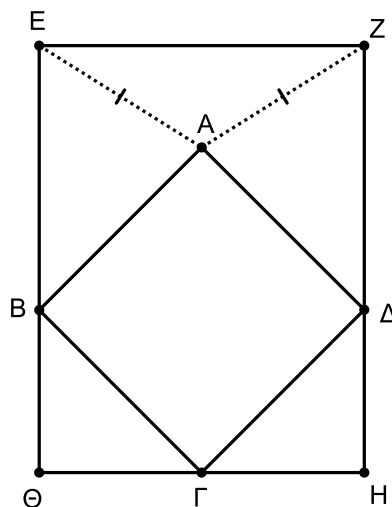


ΛΥΣΗ

α) i. Τα τρίγωνα EAB και ZAD είναι ίσα γιατί έχουν:

- $EA = AZ$, διότι το A είναι σημείο της μεσοκαθέτου του EZ.
- $\widehat{AEB} = \widehat{AZD}$, διότι $\widehat{E} = \widehat{Z} = 90^\circ$ και $\widehat{AEZ} = \widehat{AZE}$ αφού το AZE τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- $\widehat{EBA} = \widehat{AZZ} = 45^\circ$ ως γωνίες πρόσπτωσης, $\widehat{EAB} = \widehat{ZAD}$ αφού τα τρίγωνα AEB και AZD έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία, οπότε και οι τρίτες τους γωνίες θα είναι ίσες.

Τα τρίγωνα EAB και ZAD έχουν μία πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες μία προς μία άρα είναι ίσα.



ii. Επειδή τα τρίγωνα EAB και ZAD είναι ίσα, είναι και $AB = AD$ αφού είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες \widehat{AEB} , \widehat{AZD} .

Οι γωνίες πρόσκρουσης και ανάκλασης είναι 45° , οπότε ισχύει ότι:

$$\widehat{AEB} = \widehat{BEG} = \widehat{BGF} = \widehat{GFH} = \widehat{HGF} = \widehat{AZZ} = 45^\circ$$

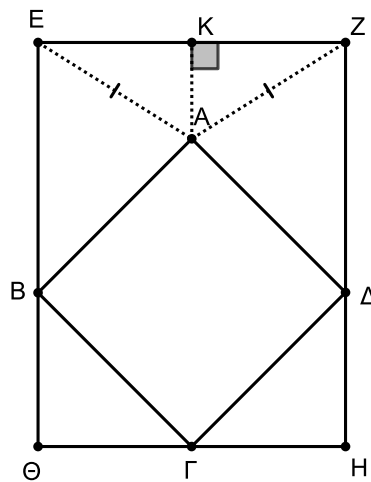
Άρα

$$\widehat{ABG} = \widehat{BGD} = \widehat{GDA} = 90^\circ$$

Επομένως το τετράπλευρο ABGD είναι ορθογώνιο.

Το ορθογώνιο ABGD έχει δύο διαδοχικές πλευρές του ίσες, επομένως είναι τετράγωνο.

β)



Έστω AK η απόσταση του A από την πλευρά EZ. Είναι

$$AZ = 2AK \Leftrightarrow AK = \frac{AZ}{2}$$

Άρα στο ορθογώνιο τρίγωνο AKZ μια κάθετη πλευρά ισούται με το μισό της υποτείνουσας, επομένως η απέναντι γωνία από την πλευρά αυτή είναι 30° , δηλαδή $\hat{AZK} = 30^\circ$.

Επειδή το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές με βάση την EZ, ισχύει ότι: $\hat{AZK} = \hat{A\hat{E}Z} = 30^\circ$.

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου AEZ, έχουμε:

$$\hat{E\hat{A}Z} + \hat{A\hat{E}Z} + \hat{A\hat{Z}K} = 180^\circ \text{ ή } \hat{E\hat{A}Z} + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ \text{ ή } \hat{E\hat{A}Z} = 120^\circ$$