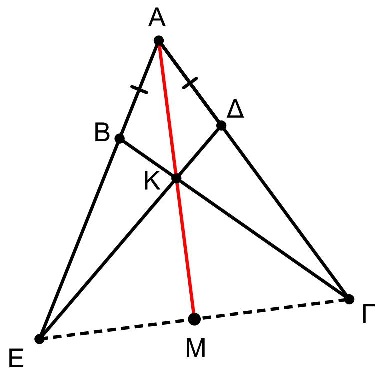
ΛΥΣΗ



α) Τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΔΕΓ έχουν:

- ΕΓ κοινή
- ΒΕ = ΔΓ ως διαφορά των ίσων τμημάτων ΑΕ, ΑΒ και ΑΓ, ΑΔ αντίστοιχα
- $A\hat{E}\Gamma = A\hat{\Gamma}E$, αφού ΕΑΓ ισοσκελές τρίγωνο

Τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΔΕΓ έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες γωνίες σε αυτές ίσες άρα είναι ίσα, οπότε έχουν και ΒΓ=ΔΕ αφού βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $A\hat{E}\Gamma$ και $A\hat{\Gamma}E$.

β) Επειδή τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΔΕΓ είναι ίσα προκύπτει ότι $\Delta\hat{E}\Gamma = \Delta\hat{\Gamma}E$ οπότε το τρίγωνο ΚΕΛ είναι ισοσκελές, άρα ΕΚ= ΚΓ (1)

Τα τρίγωνα ΒΕΚ και ΔΚΓ έχουν:

- ΕΚ=ΚΓ, λόγω της (1)
- ΒΕ=ΔΓ, ως διαφορές των ίσων τμημάτων ΑΕ, ΑΒ και ΑΓ, ΑΔ αντίστοιχα
- $B\hat{E}K = \Delta\hat{\Gamma}K$ ως διαφορές των ίσων γωνιών $B\hat{E}\Gamma$, $K\hat{E}\Gamma$ και $\Delta\hat{\Gamma}E$, $K\hat{\Gamma}E$ αντίστοιχα

Τα τρίγωνα ΒΕΚ και ΔΚΓ έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες γωνίες σε αυτές ίσες άρα είναι ίσα, οπότε έχουν και ΒΚ=ΚΔ αφού βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $B\hat{E}K$ και $\Delta\hat{\Gamma}K$.

γ) Τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΑΚΔ έχουν;

- ΒΚ=ΚΔ από το (β) ερώτημα
- ΑΚ κοινή
- ΑΒ=ΑΔ.

Οπότε τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΑΚΔ είναι ίσα γιατί έχουν τρεις πλευρές ίσες μία προς μία.

Επομένως $B\widehat{A}K = K\widehat{A}\Delta$ ως γωνίες που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες πλευρές ΒΚ και ΚΔ, οπότε η ΑΚ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{A}$.

δ) Επειδή το τρίγωνο ΑΕΓ είναι ισοσκελές και η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{A}$, θα είναι διάμεσος και ύψος, άρα η ΑΜ είναι μεσοκάθετος της ΕΓ.