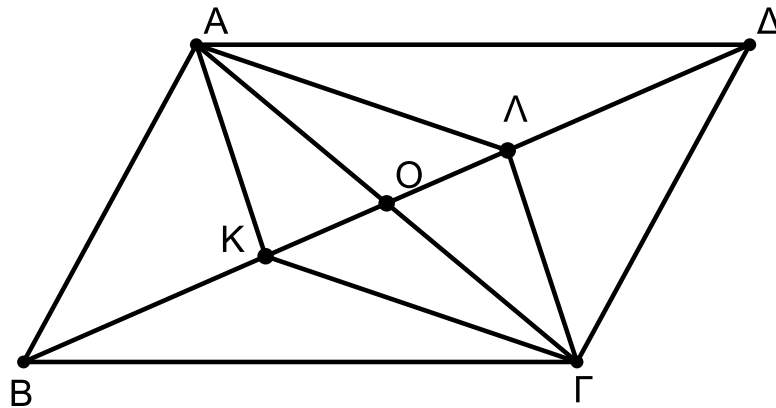


ΛΥΣΗ



α) Έστω O το σημείο τομής των διαγωνίων ΑΓ, ΒΔ του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ. Επειδή οι διαγώνιες διχοτομούνται, είναι $OA = OG$ (1) και $OB = OD$ (2).

Από τη (2) βρίσκουμε: $OB = OD$ ή $OK + KB = OL + LD$ ή $OK = OL$ (3), γιατί από υπόθεση έχουμε $KB = LD$.

Λόγω των σχέσεων (1) και (3), το τετράπλευρο ΑΚΓΛ είναι παραλληλόγραμμο αφού οι διαγώνιές του διχοτομούνται.

β) Επειδή το ΑΒΓΔ είναι ρόμβος, για τις διαγώνιες του ΑΓ και ΒΔ ισχύει $ΑΓ \perp ΒΔ$. Τότε όμως και στο παραλληλόγραμμο ΑΚΓΛ οι διαγώνιες του θα είναι κάθετες και συνεπώς θα είναι ρόμβος.

γ) Για να είναι το ΑΚΓΛ ορθογώνιο πρέπει οι διαγώνιές του να είναι ίσες, δηλαδή

$$ΑΓ = ΚΛ \text{ ή } ΑΓ = \frac{ΒΔ}{3}$$

Πρέπει δηλαδή η διαγώνιος ΑΓ του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ να ισούται με το $\frac{1}{3}$ της διαγωνίου ΒΔ.