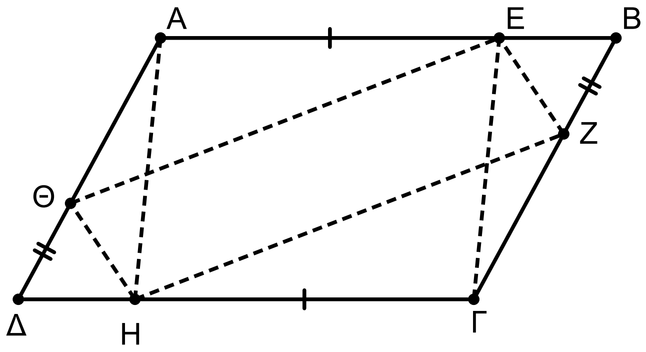
ΛΥΣΗ



α) Επειδή ΑΒ // ΓΔ είναι και ΑΕ // ΓΗ. Επίσης ΑΕ = ΓΗ από υπόθεση, οπότε το τετράπλευρο ΑΕΓΗ είναι παραλληλόγραμμο γιατί έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες.

β) Τα τρίγωνα ΔΗΘ και ΒΕΖ έχουν:

- ΔΗ = ΒΕ αφού ΔΗ = ΔΓ – ΗΓ = ΑΒ – ΑΕ = ΒΕ
- $\widehat{\Delta}$ = $\widehat{\mathrm{B}}$, ως απέναντι γωνίες παραλληλογράμμου
- ΔΘ = ΒΖ, από υπόθεση

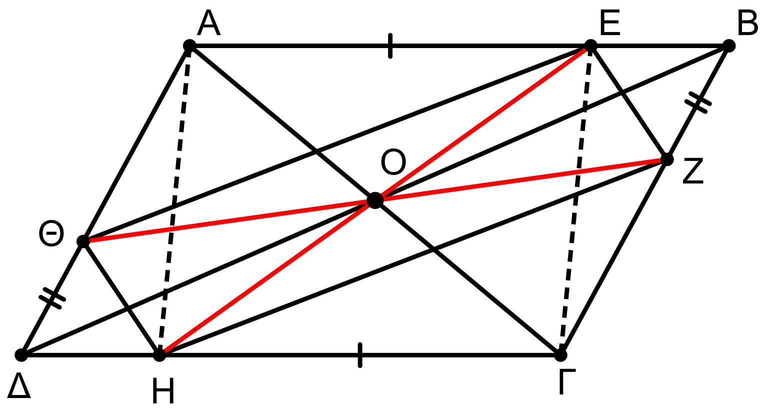
Τα τρίγωνα ΔΗΘ και ΒΕΖ έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες άρα είναι ίσα, οπότε έχουν και ΘΗ = ΕΖ (1) αφού βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{\Delta}$ και $\widehat{\mathrm{B}}$.

Τα τρίγωνα ΑΘΕ και ΓΗΖ έχουν:

- ΑΕ =ΓΗ, από υπόθεση
- $\widehat{\mathrm{A}}$ = $\widehat{\Gamma}$, ως απέναντι γωνίες παραλληλογράμμου
- ΑΘ=ΓΖ διότι ΑΘ= ΑΔ – ΘΔ = ΒΓ – ΒΖ =ΓΖ

Τα τρίγωνα ΑΘΕ και ΓΗΖ έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες, άρα είναι ίσα, οπότε έχουν και ΘΕ = ΗΖ(2) αφού βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{\mathrm{A}}$ και $\widehat{\Gamma}$.

Από τις (1) και (2) το τετράπλευρο ΕΖΗΘ έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες, άρα είναι παραλληλόγραμμο.



γ) Έστω Ο το μέσον της ΑΓ. Επειδή το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοί του διχοτομούνται, άρα η ΒΔ διέρχεται από το Ο.

Επειδή το ΑΕΓΗ είναι παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοί του διχοτομούνται, άρα η ΕΗ διέρχεται από το Ο που είναι και το μέσον της.

Επειδή το ΑΖΗΘ είναι παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοί του διχοτομούνται, άρα η ΘΖ διέρχεται από το μέσον της ΕΗ που είναι το Ο.

Άρα οι ΑΓ, ΒΔ, ΕΗ και ΖΘ διέρχονται από το ίδιο σημείο.