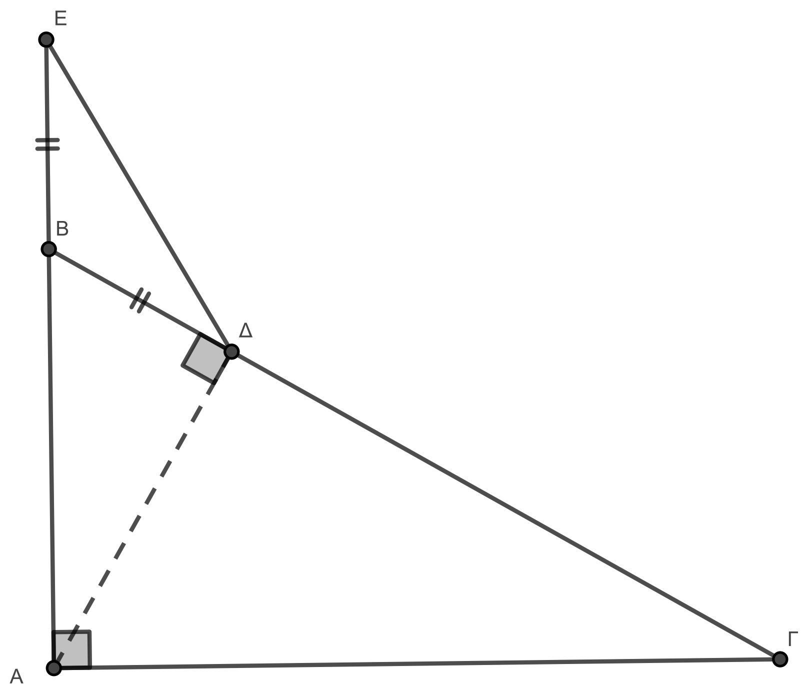
ΛΥΣΗ



α) Για τις οξείες γωνίες του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ ισχύει ότι:

$A\widehat{B}\Gamma + \widehat{\Gamma} = 90^o$ ή $2\widehat{\Gamma} + \widehat{\Gamma} = 90^o$ ή $3\widehat{\Gamma} = 90^o$ ή $\widehat{\Gamma} = 30^o$

Τότε $A\widehat{B}\Gamma = 2\widehat{\Gamma} = 2 \cdot 30^o = 60^o$

Επομένως:

$E\widehat{B}\Delta = 180^o - A\widehat{B}\Gamma = 180^o - 60^o = 120^o$

Από το άθροισμα γωνιών του ισοσκελούς τριγώνου ΒΔΕ έχουμε:

$E\widehat{B}\Delta + \widehat{E} + E\widehat{\Delta}B = 180^o$ ή $120^o + 2\widehat{E} = 180^o$ ή $\widehat{E} = 30^o$. Άρα και $E\widehat{\Delta}B = 30^o$

β) i. Για τις οξείες γωνίες του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΔ ισχύει ότι:

$B\widehat{A}\Delta + \widehat{B} = 90^o$ ή $B\widehat{A}\Delta + 60^o = 90^o$ ή $B\widehat{A}\Delta = 30^o$

Επομένως στο τρίγωνο ΑΒΔ ισχύει ότι: $B\Delta = \frac{AB}{2}$ ή $BE = \frac{AB}{2}$.

ii. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\widehat{\Gamma} = 30^o$, οπότε ισχύει ότι:

$AB = \frac{B\Gamma}{2}$ ή $B\Gamma = 2AB$.

Έτσι $\Gamma\Delta = B\Gamma - B\Delta = 2AB - \frac{AB}{2} = \frac{3}{2}AB$ (1)

Ισχύει ακόμη ότι:

$AE = AB + BE$ ή $AE = AB + \frac{AB}{2}$ ή $AE = \frac{3}{2}AB$ (2)

Από (1), (2) συμπεραίνουμε ότι $AE = \Gamma\Delta$.