

ΛΥΣΗ

α) Οι ακτίνες KB και $\Lambda\Gamma$ είναι κάθετες στην εφαπτομένη (ϵ), άρα $KB \parallel \Lambda\Gamma$. Επίσης $K\Delta \parallel B\Gamma$ από υπόθεση οπότε το $B\Gamma\Delta K$ έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο. Επειδή $K\hat{B}\Gamma = 90^\circ$, τελικά το $B\Gamma\Delta K$ είναι ορθογώνιο.

β) Από το ορθογώνιο $B\Gamma\Delta K$ έχουμε ότι $BK = \Gamma\Delta = \rho$.

Επίσης $\Delta\Lambda = \Gamma\Lambda - \Gamma\Delta = 3\rho - \rho = 2\rho$ και $K\Lambda = KA + A\Lambda = \rho + 3\rho = 4\rho$ (διάκεντρος κύκλων που εφάπτονται εξωτερικά).

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $K\Delta\Lambda$ η κάθετη πλευρά $\Delta\Lambda$ είναι ίση με το μισό της υποτεινουσας $K\Lambda$, οπότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από αυτή την πλευρά είναι γωνία 30° , δηλαδή $\Delta\hat{K}\Lambda = 30^\circ$.

γ) Είναι $\hat{E} = \Delta\hat{K}\Lambda = 30^\circ$, ως εντός εκτός και επί τα αυτά των παραλλήλων $K\Delta \parallel \epsilon$ που τέμνονται από την $E\Lambda$. Τότε στο ορθογώνιο τρίγωνο $E\Gamma\Lambda$ για την πλευρά $\Gamma\Lambda$ που βρίσκεται απέναντι από τη γωνία των 30 μοιρών θα ισχύει ότι $\Gamma\Lambda = \frac{E\Lambda}{2}$, οπότε

$$E\Lambda = 2\Gamma\Lambda = 2 \cdot 3\rho = 6\rho.$$

