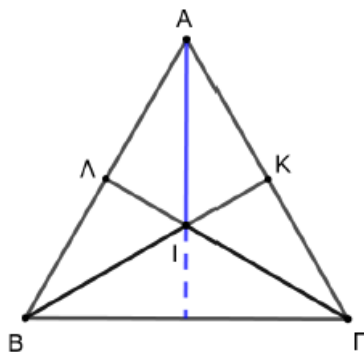


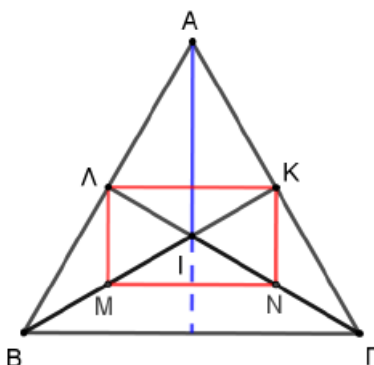
ΛΥΣΗ

α)



Επειδή στο σημείο I τέμνονται τα ύψη ΒΚ και ΛΓ του τριγώνου ΑΒΓ, το I είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου οπότε το ΑΙ θα βρίσκεται στο φορέα του 3^{ου} ύψους και επειδή το τρίγωνο είναι ισόπλευρο, κάθε ύψος είναι και διάμεσος, άρα η προέκταση του ΑΙ θα διχοτομεί την πλευρά ΒΓ.

β)



Στο τρίγωνο ΑΒΓ τα Λ, Κ είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ οπότε $ΛΚ // = \frac{ΒΓ}{2}$ (1).

Στο τρίγωνο ΙΒΓ τα Μ, Ν είναι τα μέσα των ΙΒ και ΙΓ οπότε $ΜΝ // = \frac{ΒΓ}{2}$ (2).

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε ότι $ΛΚ // ΜΝ$, άρα το ΜΛΚΝ είναι παραλληλόγραμμο.

Στο τρίγωνο ΑΒΙ το ευθύγραμμο τμήμα ΛΜ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΒΙ οπότε $ΛΜ // ΑΙ$.

Το ΑΙ βρίσκεται στο φορέα του 3^{ου} ύψους α) άρα $ΑΙ \perp ΒΓ$ και επειδή $ΒΓ // ΛΚ$ από τη σχέση (1), θα είναι $ΑΙ \perp ΛΚ$. Άρα το τμήμα ΛΜ θα είναι κάθετο στο τμήμα ΛΚ. Επομένως $Μ\hat{\Lambda}Κ = 90^\circ$ οπότε το παραλληλόγραμμο ΜΛΚΝ είναι ορθογώνιο γιατί έχει 1 γωνία ορθή.