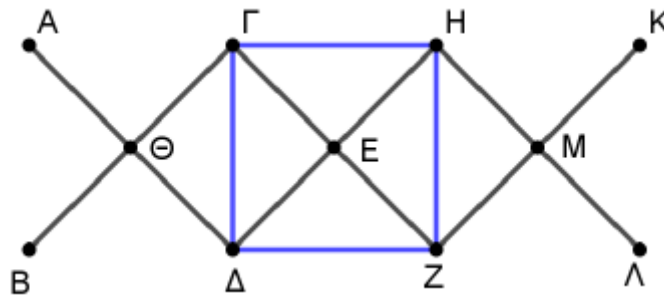


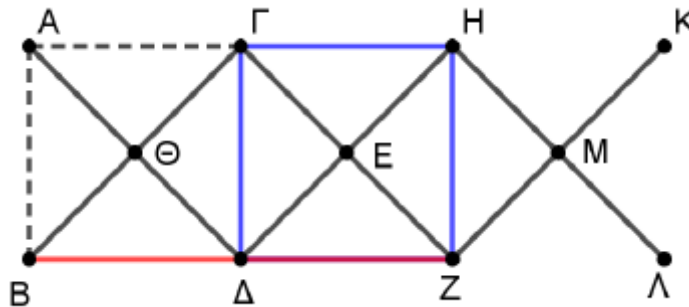
ΛΥΣΗ

α)



Επειδή  $GE=EZ$  και  $EH=DE$ , αφού  $E$  μέσο των  $GZ$  και  $DH$ , στο τετράπλευρο  $GZHD$  οι διαγώνιες του διχοτομούνται και είναι ίσες, άρα είναι ορθογώνιο.

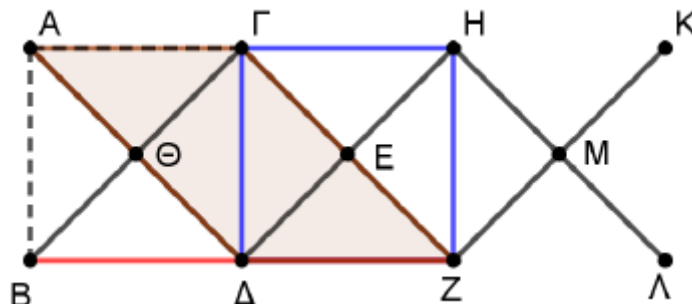
β)



Επειδή  $ΘA=ΘΔ$  και  $ΘΓ=ΘB$ , αφού  $Θ$  μέσο των  $AD$  και  $BΓ$ , στο τετράπλευρο  $ABΓΔ$  οι διαγώνιες του διχοτομούνται και είναι ίσες, άρα είναι ορθογώνιο, οπότε  $\widehat{B\hat{\Delta}Γ} = 90^\circ$ . Επίσης το  $GZHD$  είναι ορθογώνιο από το α) οπότε  $\widehat{Γ\hat{\Delta}Z} = 90^\circ$ .

Τότε  $\widehat{B\hat{\Delta}Z} = \widehat{B\hat{\Delta}Γ} + \widehat{Γ\hat{\Delta}Z} = 180^\circ$ , οπότε τα σημεία  $B, \Delta, Z$  είναι συνευθειακά.

γ)



Από το ορθογώνιο  $AΓΔB$  συμπεραίνουμε ότι  $AΓ \parallel BΔ$  οπότε  $AΓ \parallel ΔZ$  αφού  $B, \Delta, Z$  συνευθειακά σημεία από το β). Τα τρίγωνα  $AΓΔ$  και  $HΔZ$  έχουν:

- $\widehat{A\hat{\Gamma}\Delta} = \widehat{Γ\hat{\Delta}Z} = 90^\circ$  ( $ABΔΓ$  και  $GZHD$  ορθογώνια παραλληλόγραμμα)

- ΓΔ κοινή πλευρά
- $AD=Z$ , από υπόθεση

Άρα τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΓΔΖ είναι ίσα, γιατί είναι ορθογώνια με ίσες υποτείνουσες και μία κάθετη πλευρά ίση. Οπότε και οι άλλες κάθετες πλευρές τους θα είναι ίσες, δηλαδή  $AG=DZ$ . Τελικά, το ΑΓΖΔ έχει τις απέναντι πλευρές του ΑΓ και ΔΖ ίσες και παράλληλες οπότε είναι παραλληλόγραμμο.