

ΛΥΣΗ

α)

i. Είναι $ΑΓ=ΟΓ=ΓΔ$ και $ΓΔ=ΔΒ=ΟΔ$, οπότε $ΟΓ=ΓΔ=ΟΔ$. Άρα το τρίγωνο $ΟΓΔ$ είναι ισόπλευρο και οι γωνίες του είναι ίσες με 60° . Άρα $\widehat{ΓΟΔ}=60^\circ$.

ii. Επειδή $ΟΓ=ΑΓ$, το τρίγωνο $ΟΑΓ$ είναι ισοσκελές οπότε $\widehat{Α}_1 = \widehat{Ο}_1$.

Η γωνία $ΟΓΔ$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο $ΟΓΑ$, οπότε:

$$\widehat{ΟΓΔ} = \widehat{Α}_1 + \widehat{Ο}_1 \quad \text{ή} \quad 60^\circ = 2\widehat{Α}_1 \quad \text{ή} \quad \widehat{Α}_1 = 30^\circ$$

Η γωνία $ΟΔΒ$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο $ΟΓΑ$, άρα:

$$\widehat{ΟΔΒ} = \widehat{Ο}_2 + \widehat{Β}_1 \quad \text{ή} \quad 60^\circ = 2\widehat{Β}_1 \quad \text{ή} \quad \widehat{Β}_1 = 30^\circ$$

β) Είναι $\widehat{Α}_1 = \widehat{Β}_1 = 30^\circ$, άρα το τρίγωνο $ΟΑΒ$ είναι ισοσκελές.

Η διάμεσος $ΟΜ$ του ισοσκελούς τριγώνου $ΟΑΒ$ είναι και ύψος του, δηλαδή $ΟΜ \perp ΑΒ$.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $ΟΜΑ$ είναι $\widehat{Α}_1=30^\circ$, άρα για την απέναντί της κάθετης πλευρά $ΟΜ$ ισχύει:

$$ΟΜ = \frac{ΟΑ}{2} \quad \text{ή} \quad 2ΟΜ=ΟΑ$$

