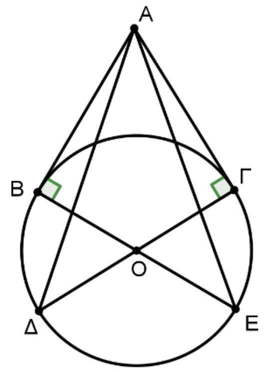
ΛΥΣΗ

α) Είναι $A\hat{B}E = A\hat{\Gamma}\Delta = 90^o$, επειδή οι ακτίνες ΟΒ και ΟΓ που καταλήγουν στα σημεία επαφής Β και Γ αντίστοιχα είναι κάθετες στις αντίστοιχες εφαπτομένες ΑΒ και ΑΓ.

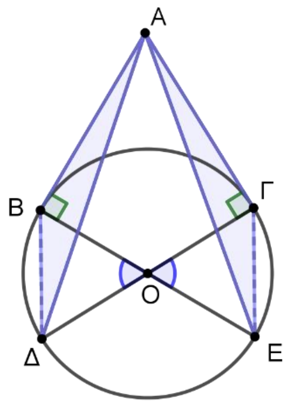


Τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΓΔ είναι ορθογώνια και έχουν:

- ΑΒ = ΑΓ, ως εφαπτόμενα τμήματα που άγονται από σημείο εκτός κύκλου προς αυτόν
- ΒΕ = ΓΔ = 2ρ

Άρα τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΓΔ είναι ίσα, γιατί ως ορθογώνια έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες μία προς μία.

β) Φέρουμε τα τμήματα ΔΒ και ΕΓ.



Είναι $B\hat{O}\Delta = \Gamma\hat{O}E$ ως κατακορυφήν γωνίες. Οι ίσες γωνίες $B\hat{O}\Delta$ και $\Gamma\hat{O}E$ είναι και επίκεντρες, οπότε και τα αντίστοιχα τόξα τους θα είναι ίσα, δηλαδή $\widehat{\Delta B}=\widehat{E\Gamma}$, άρα και οι αντίστοιχες χορδές τους θα είναι ίσες, δηλαδή ΔΒ=ΕΓ (1).

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ, τα οποία έχουν:

- ΑΒ=ΑΓ, ως εφαπτόμενα τμήματα
- ΑΔ=ΑΕ, ως υποτείνουσες των ίσων τριγώνων ΑΒΕ και ΑΓΔ του α) ερωτήματος
- ΔΒ=ΕΓ, από σχέση (1)

Οπότε τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα, γιατί έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία (ΠΠΠ).