

ΛΥΣΗ

α) Τα τρίγωνα ΚΕΓ και ΛΖΒ είναι ορθογώνια με $\hat{E} = \hat{Z} = 90^\circ$ επειδή από τα δεδομένα έχουμε ότι τα τμήματα ΚΕ και ΛΖ είναι κάθετα στη ΒΓ.

Τα ορθογώνια τρίγωνα ΚΕΓ και ΛΖΒ έχουν:

- $ΚΓ = ΛΒ$, ως μισά των ίσων πλευρών ΑΓ, ΑΒ αντίστοιχα του ισοσκελούς ΑΒΓ της υπόθεσης με Κ, Λ τα αντίστοιχα μέσα τους
- $\hat{B} = \hat{\Gamma}$, ως γωνίες προσκείμενες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ.

Οπότε τα ορθογώνια τρίγωνα ΚΕΓ και ΛΖΒ είναι ίσα γιατί έχουν την υποτείνουσα και μια οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία.

β) Η ΕΗ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ΚΓ του ορθογωνίου τριγώνου ΚΕΓ, οπότε ισχύει: $ΕΗ = \frac{ΚΓ}{2}$ (1).

Η ΖΘ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ΛΒ του ορθογωνίου τριγώνου ΛΖΒ, άρα $ΖΘ = \frac{ΛΒ}{2}$ (2).

Επειδή $ΚΓ = ΛΒ$ ως μισά των ίσων πλευρών ΑΓ, ΑΒ αντίστοιχα του τριγώνου ΑΒΓ, από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι $ΕΗ = ΖΘ$.

