

ΛΥΣΗ

α) Επειδή το ΔΖ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΓ, θα ισχύει ότι: $\Delta Z = \frac{A\Gamma}{2} = A\epsilon$ (1).

Επειδή το ΖΕ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΓ, θα ισχύει ότι $Z\epsilon = \frac{A\beta}{2} = A\Delta$ (2).

Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\widehat{A} = 90^\circ$ και ισοσκελές θα έχει τις πλευρές του ΑΒ και ΑΓ ίσες, άρα και τα μισά τους ίσα, δηλαδή $\frac{A\beta}{2} = \frac{A\Gamma}{2}$ ή $A\epsilon = \epsilon\Gamma = A\Delta = \Delta\beta$ (3).

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι $A\epsilon = Z\epsilon = \Delta Z = A\Delta$, οπότε το τετράπλευρο ΑΕΖΔ έχει τις πλευρές ίσες άρα θα είναι ρόμβος και επειδή έχει και μια ορθή γωνία, τη γωνία Α, θα είναι ορθογώνιο, άρα θα είναι τετράγωνο.

β) Το ΔΕ ενώνει τα μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΓ άρα $\Delta\epsilon \parallel \beta\Gamma$. Οι πλευρές ΒΔ και ΓΕ προεκτεινόμενες τέμνονται στο σημείο Α, οπότε δεν είναι παράλληλες. Άρα το τετράπλευρο ΕΔΒΓ είναι τραπέζιο.

Από τη σχέση (3) έχουμε ότι $\Delta\beta = \epsilon\Gamma$, άρα το τετράπλευρο ΕΔΒΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

