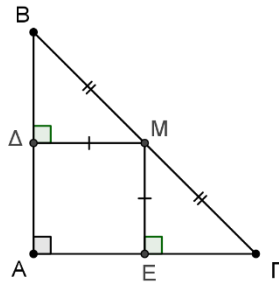


ΛΥΣΗ

α)



i. Τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ είναι ορθογώνια αφού τα ΜΔ, ΜΕ είναι κάθετα τμήματα στις πλευρές ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα από τα δεδομένα.

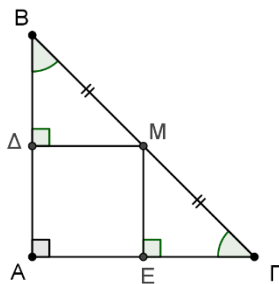
Τα ορθογώνια τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ έχουν:

- $ΜΔ = ΜΕ$
- $ΜΒ = ΜΓ$, διότι Μ μέσο της ΒΓ.

Άρα τα ορθογώνια τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ είναι ίσα γιατί έχουν δυο ομόλογες πλευρές ίσες μία προς μία.

ii. Από τα ίσα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ προκύπτει ότι $\widehat{Β} = \widehat{Γ}$, διότι είναι γωνίες απέναντι από τις ίσες πλευρές τους ΜΔ και ΜΕ αντίστοιχα. Άρα το ΑΒΓ είναι ισοσκελές τρίγωνο.

β) Από την υπόθεση έχουμε $ΑΒ = ΑΓ$, άρα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.



Τα ορθογώνια τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ έχουν:

- $ΜΒ = ΜΓ$, διότι Μ μέσο της ΒΓ από τα δεδομένα
- $\widehat{Β} = \widehat{Γ}$, ως προσκείμενες στη βάση ΒΓ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ

Άρα τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ είναι ίσα γιατί έχουν μια πλευρά και την προσκείμενη σε αυτή οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία, οπότε ισχύει $ΜΔ = ΜΕ$ ως απέναντι πλευρές στις ίσες γωνίες $\widehat{Β}$ και $\widehat{Γ}$.