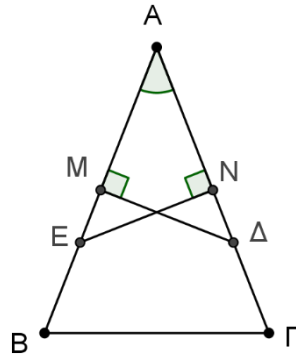


ΛΥΣΗ

Τα τρίγωνα $AM\Delta$ και ANE είναι ορθογώνια, επειδή οι $M\Delta$, NE είναι κάθετες στις πλευρές AB , $A\Gamma$ αντίστοιχα ως μεσοκάθετοί τους (από τα δεδομένα).



α) Στα ορθογώνια τρίγωνα $AM\Delta$ και ANE οι οξείες γωνίες τους είναι συμπληρωματικές, δηλαδή $\widehat{A} + \widehat{A\Delta M} = 90^\circ$ και $\widehat{A} + \widehat{A\hat{E}N} = 90^\circ$, άρα $\widehat{A\Delta M} = \widehat{A\hat{E}N}$ (1).

Τα ορθογώνια τρίγωνα $AM\Delta$ και AEN έχουν:

- $M\Delta = NE$ από την υπόθεση
- $\widehat{A\Delta M} = \widehat{A\hat{E}N}$ από τη σχέση (1)

Οπότε τα ορθογώνια τρίγωνα $AM\Delta$ και AEN είναι ίσα γιατί έχουν μια πλευρά και την προσκείμενη σε αυτήν οξεία γωνία ίσες μία προς μία.

Αφού τα τρίγωνα $AM\Delta$ και AEN είναι ίσα θα ισχύει $AM = AN$, ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{A\Delta M}$ και $\widehat{A\hat{E}N}$ αντίστοιχα.

Όμως είναι $AM = \frac{AB}{2}$ και $AN = \frac{A\Gamma}{2}$, αφού M, N μέσα των $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα, και επειδή είναι

$AM = AN$, τότε θα είναι και $\frac{AB}{2} = \frac{A\Gamma}{2}$ οπότε $AB = A\Gamma$.

Άρα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

β) Τα ορθογώνια τρίγωνα $AM\Delta$ και AEN έχουν:

- $AM = AN$, ως μισά των ίσων πλευρών AB και $A\Gamma$
- \widehat{A} κοινή γωνία

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα διότι είναι ορθογώνια και έχουν μια πλευρά και την προσκείμενη σε αυτήν οξεία γωνία ίσες μία προς μία, οπότε έχουν $M\Delta = NE$ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από την κοινή τους γωνία \widehat{A} .