ΛΥΣΗ

α) i. Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο είναι $A\widehat{B}\Gamma = 60^o$.

Επίσης είναι $E\widehat{B}\Gamma = 90^o$ διότι το ΒΓΔΕ είναι τετράγωνο.

Τότε $A\widehat{B}E = A\widehat{B}\Gamma + E\widehat{B}\Gamma = 60^o + 90^o = 150^o$

ii. Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο θα είναι ΑΒ = ΑΓ = ΒΓ και επειδή το ΒΓΔΕ είναι τετράγωνο θα είναι ΒΓ = ΓΔ = ΔΕ = ΒΕ. Επομένως ΑΒ = ΒΕ, άρα το τρίγωνο ΒΕΑ είναι ισοσκελές και $B\widehat{E}A = B\widehat{A}E$.

Για τις γωνίες του τριγώνου ΒΕΑ ισχύει ότι $B\widehat{E}A + B\widehat{A}E + A\widehat{B}E = 180^o$ και επειδή $B\widehat{E}A = B\widehat{A}E$ θα έχουμε ότι $2B\widehat{E}A + 150^o = 180^o$ ή $2B\widehat{E}A = 30^o$, άρα $B\widehat{E}A = 15^o$.

β) Φέρνουμε το τμήμα ΑΔ.

Τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΓΔ έχουν:

- ΑΒ = ΑΓ, ως πλευρές του ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ
- ΒΕ = ΓΔ, ως πλευρές του τετραγώνου ΒΓΔΕ
- $A\widehat{\Gamma}\Delta = A\widehat{\Gamma}B + B\widehat{\Gamma}\Delta = 60^o + 90^o = 150^o = A\widehat{B}E$ αφού $A\widehat{B}E = 150^o$ από το α) i. ερώτημα.

Οπότε τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΓΔ έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (ΠΓΠ), άρα είναι ίσα, οπότε ΑΔ = ΑΕ ως πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $A\widehat{\Gamma}\Delta$ και $A\widehat{B}E$ αντίστοιχα.