ΛΥΣΗ

α) Επειδή ΑΔ = ΑΓ, το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισοσκελές οπότε $\widehat{\Delta} = \Delta\widehat{\Gamma}\mathrm{A}$ (1).

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΔΓ, και τη σχέση (1) έχουμε:

$$\widehat{\mathrm{A}} + \widehat{\Delta} + \Delta\widehat{\Gamma}\mathrm{A} = 180^o \text{ ή } 70^o + 2\widehat{\Delta} = 180^o \text{ ή } 2\widehat{\Delta} = 110^o \text{ ή } \widehat{\Delta} = 55^o$$

Οπότε $\Delta\widehat{\Gamma}\mathrm{A} = \widehat{\Delta} = 55^o$.

Οι γωνίες $\widehat{\mathrm{A}}$ και $\widehat{\mathrm{B}}$ είναι εντός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΔ, ΒΕ που τέμνονται από την ΑΒ, οπότε είναι παραπληρωματικές. Άρα:

$$\widehat{\mathrm{A}} + \widehat{\mathrm{B}} = 180^o \text{ ή } 70^o + \widehat{\mathrm{B}} = 180^o \text{ ή } \widehat{\mathrm{B}} = 110^o$$

Επειδή, ΒΕ = ΒΓ, το τρίγωνο ΒΕΓ είναι ισοσκελές, άρα $\mathrm{E}\widehat{\Gamma}\mathrm{B} = \widehat{\mathrm{E}}$ (2).

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΒΕΓ έχουμε:

$\widehat{\mathrm{B}} + \widehat{\mathrm{E}} + \mathrm{E}\widehat{\Gamma}\mathrm{B} = 180^o$ ή $110^o + 2\widehat{\mathrm{E}} = 180^o$, αφού $\mathrm{E}\widehat{\Gamma}\mathrm{B} = \widehat{\mathrm{E}}$ από (2), οπότε $2\widehat{\mathrm{E}} = 70^o$ ή $\widehat{\mathrm{E}} = 35^o$.

Οπότε $\mathrm{E}\widehat{\Gamma}\mathrm{B} = \widehat{\mathrm{E}} = 35^o$.

β) Ισχύει ότι $\Delta\widehat{\Gamma}\mathrm{E} = 180^o - \Delta\widehat{\Gamma}\mathrm{A} - \mathrm{E}\widehat{\Gamma}\mathrm{B} = 180^o - 55^o - 35^o = 90^o$.