ΛΥΣΗ

α) Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ είναι:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^o \text{ ή } 90^o + 30^o + \widehat{\Gamma} = 180^o \text{ ή } \widehat{\Gamma} = 60^o$$

Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΑΔΕ, είναι:

$$\widehat{A} + \widehat{\Delta} + A\hat{E}\Delta = 180^o \text{ ή } 90^o + 30^o + A\hat{E}\Delta = 180^o \text{ ή } A\hat{E}\Delta = 60^o$$

Η γωνία $A\hat{E}\Delta$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΕΖΒ, οπότε ισχύει:

$$A\hat{E}\Delta = E\hat{Z}B + \widehat{B} \text{ ή } 60^o = E\hat{Z}B + 30^o \text{ ή } E\hat{Z}B = 30^o$$

Οι γωνίες $\Gamma\hat{Z}E$ και $E\hat{Z}B$ είναι παραπληρωματικές οπότε ισχύει:

$$\Gamma\hat{Z}E + E\hat{Z}B = 180^o \text{ ή } \Gamma\hat{Z}E + 30^o = 180^o \text{ ή } \Gamma\hat{Z}E = 150^o.$$

β) Επειδή είναι $E\hat{Z}B = \widehat{B} = 30^o$, το τρίγωνο ΕΒΖ είναι ισοσκελές.

Επειδή οι γωνίες $E\hat{Z}B$ και $\Gamma\hat{Z}\Delta$ είναι κατακορυφήν, ισχύει ότι $\Gamma\hat{Z}\Delta = E\hat{Z}B = 30^o$.

Άρα $\Gamma\hat{Z}\Delta = \widehat{\Delta}$, οπότε το τρίγωνο ΓΖΔ είναι ισοσκελές.