

ΛΥΣΗ

α) Επειδή είναι $AB = AG$ από την υπόθεση, το τρίγωνο ABG θα είναι ισοσκελές με βάση BG , οπότε $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ ως γωνίες προσκείμενες στη βάση του BG .

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ABG , βρίσκουμε:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ \text{ ή } 40^\circ + 2\hat{B} = 180^\circ \text{ ή } 2\hat{B} = 140^\circ, \text{ άρα } \hat{B} = 70^\circ$$

Οι γωνίες $\hat{A}\hat{B}\hat{D}$ και $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E}$ είναι παραπληρωματικές των ίσων γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$, οπότε

$$\hat{A}\hat{B}\hat{D} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

β) Τα τρίγωνα ABD και AGE έχουν:

- $DB = GE$, από υπόθεση
- $BA = AG$, από υπόθεση
- $\hat{A}\hat{B}\hat{D} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} = 110^\circ$ από το α) ερώτημα

Οπότε τα τρίγωνα ABD και AGE είναι ίσα, γιατί έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (ΠΓΠ).

γ) Από την ισότητα των τριγώνων ABD και AGE συμπεραίνουμε ότι οι πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες τους $\hat{A}\hat{B}\hat{D}$ και $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E}$ θα είναι ίσες, δηλαδή $AD = AE$. Άρα το τρίγωνο ADE είναι ισοσκελές.

