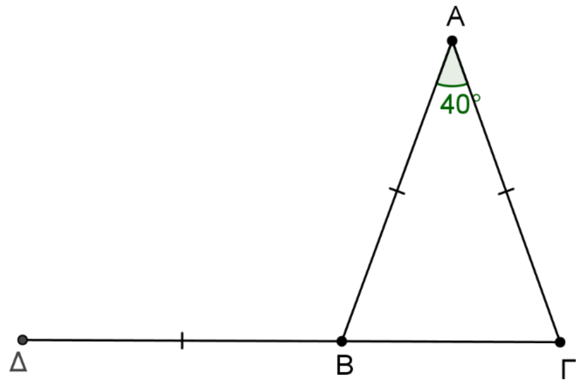
ΛΥΣΗ

Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ, γωνία κορυφής $\widehat{A} = 40^0$ και τμήμα ΒΔ στην προέκταση της ΓΒ προς το Β τέτοιο ώστε ΒΔ = ΑΒ.



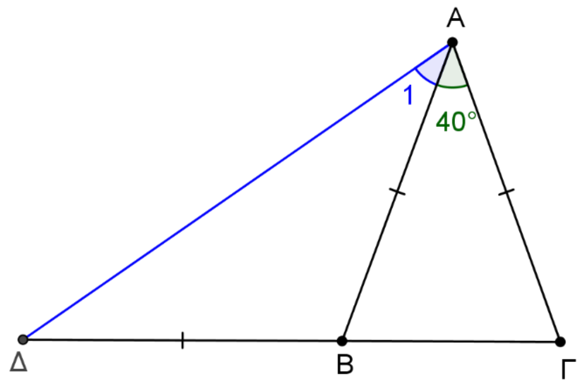
α) Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ = ΑΓ, ισχύει ότι $\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$ ως γωνίες προσκείμενες στη βάση του ΒΓ.

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ έχουμε:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^o \text{ ή } 40^o + 2\widehat{B} = 180^o \text{ ή } 2\widehat{B} = 140^o \text{ ή } \widehat{B} = 70^o$$

Οπότε και $\widehat{\Gamma} = 70^o$.

β) Φέρνουμε το τμήμα ΑΔ.



Επειδή είναι ΒΔ = ΑΒ από την υπόθεση, το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισοσκελές με βάση ΑΔ, άρα ισχύει $\widehat{\Delta} = \widehat{A}_1$ ως γωνίες προσκείμενες στη βάση του.

Η γωνία $\widehat{B}$ του τριγώνου ΑΒΓ είναι εξωτερική γωνία στο τρίγωνο ΑΒΔ, οπότε ισούται με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών, δηλαδή $\widehat{B} = \widehat{\Delta} + \widehat{A}_1$ ή $70^o = 2\widehat{\Delta}$ ή $\widehat{\Delta} = 35^o$, οπότε και $\widehat{A}_1 = 35^o$.

Ισχύει ότι $\Delta\widehat{A}\Gamma = \widehat{A} + \widehat{A}_1$, άρα $\Delta\widehat{A}\Gamma = 40^o + 35^o = 75^o$.