ΛΥΣΗ

α) Επειδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ = ΑΓ, ισχύει ότι $\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$ ως γωνίες προσκείμενες στη βάση του ΒΓ.

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ έχουμε ότι:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^o \text{ ή } 50^o + 2\widehat{B} = 180^o \text{ ή } 2\widehat{B} = 130^o \text{ ή } \widehat{B} = 65^o.$$

Άρα και $\widehat{\Gamma} = 65^o$.

β) Το τρίγωνο ΒΔΓ είναι ισοσκελές διότι από υπόθεση είναι ΒΔ = ΒΓ, οπότε $B\widehat{\Delta}\Gamma = \widehat{\Gamma}$ ως γωνίες προσκείμενες στη βάση του ΒΓ με $\widehat{\Gamma} = 65^o$ από το α) ερώτημα, οπότε $B\widehat{\Delta}\Gamma = \widehat{\Gamma} = 65^o$.

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΔΒΓ έχουμε ότι:

$$\Delta\widehat{B}\Gamma + B\widehat{\Delta}\Gamma + \widehat{\Gamma} = 180^o \text{ ή } \Delta\widehat{B}\Gamma + 65^o + 65^o = 180^o \text{ ή } \Delta\widehat{B}\Gamma + 130^o = 180^o \text{ ή } \Delta\widehat{B}\Gamma = 50^o$$

Όμως από υπόθεση είναι $\widehat{A} = 50^0$, άρα $\Delta\widehat{B}\Gamma = \widehat{A}$.